

Úloha VI.3 ... povětrná bublinka

5 bodů; (chybí statistiky)

Bublifikem vytvoríme malou mýdlovou bublinku. Jakou rychlostí bude padat k zemi? Bublinka má vnější poloměr R a plošnou hustotu s .
Karel dělal bublinky ve vaně.

Na vzduchovou bublinku pôsobia primárne tri sily, a to tiažová F_G , vztlaková F_V a odporová sila vzduchu F_o . Keďže bublinka je veľmi ľahká, tak zmenu hmotnosti vzduchu vo vnútri bubliny nemôžeme zanedbať. Budeme predpokladať, že vzduch vo vnútri bublinky je rovnaký ako mimo nej. Čo však rovnaké nie je, je tlak p v jej vnútri. Tlak vo vnútri bubliny je väčší o tzv. kapilárny tlak p_k určený vzťahom

$$p_k = \frac{4\sigma}{R},$$

a teda máme vzťah pre tlak

$$p = p_a + p_k,$$

kde p_a je atmosférický tlak v okolí bublinky.

Pre plyny platí stavová rovnica v tvare

$$pV = nR_u T,$$

kde V je objem plynu, n je počet mólov, R_u je univerzálna plynová konštanta a T je teplota vzduchu v Kelvinoch. Hustotu plynov vieme určiť ako

$$\rho = \frac{pM_v}{R_u T},$$

kde M_v je konštanta molárnej hmotnosti plynu. Ak si predstavíme guľovú oblasť vzduchu s objemom $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, na ktorej povrch umiestnime tenkú blanu bez zmeny objemu tak, aby platila stavová rovnica, potom v oboch prípadoch sa počet mólov musí zmeniť, pričom n_b je nový počet mólov vo vnútri bubliny a teda aj nová hustota vo vnútri bubliny ρ_b . Táto zmena sa udiala v rámci vytvorenia bubliny. Musí tak platiť tento vzťah

$$\frac{p}{n_b} = \frac{p_a}{n},$$

a zo vzťahov vyššie dostaneme hustotu vzduchu v bubline

$$\rho_b = \rho_a \frac{p_a + p_k}{p_a} = \rho_a \left(1 + \frac{4\sigma M_v}{R\rho_a R_u T} \right).$$

Hmotnosť vzduchu v bubline je tak

$$m_v = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_b = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a \left(1 + \frac{4\sigma M_v}{R\rho_a R_u T} \right).$$

Hmotnosť blany bubliny je jednoducho $m_b = 4\pi R^2 s$. Celková hmotnosť bubliny je teda $m_c = m_b + m_v$. V rovnováhe platí pre pôsobenie síl

$$F_o = F_G - F_V.$$

Pre odporovú silu budeme uvažovať Newtonov vzťah pre odpor $F_o = \frac{1}{2}CS\rho_a v^2$, kde C je koeficient aerodynamického odporu pre guľu, S je účinný prierez (v našom prípade $S = \pi R^2$) a v je rýchlosť bubliny.

Kombináciou a dosadením do vzťahov vyššie máme

$$\frac{1}{2}C\pi R^2\rho_a v^2 = 4\pi R^2\left(s + \frac{R}{3}\left(\frac{4\sigma M_v}{RT R_u}\right)\right)g.$$

Odkiaľ pre rýchlosť dostávame

$$v = \sqrt{\frac{8g}{C\rho_a}\left(s + \frac{4\sigma M_v}{3R_u T}\right)} = \sqrt{\frac{8g}{C}\left(\frac{s}{\rho_a} + \frac{4\sigma}{3\rho_a}\right)}.$$

Ivan Hudák
hudakivan@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.