

## Úloha V.E ... neklamou nás?

12 bodů; (chybí statistiky)

Změřte kapacitu libovolné baterie (například tužkové AA) a porovnejte ji s deklarovanou hodnotou. *Matěj nevěří hodnotám od výrobců.*

## Teorie

Kapacita baterie či akumulátoru je množství elektrického náboje, které může tento článek dodat při vybíjení. Běžně se rozlišuje kapacita *jmenovitá* (nominální) a *skutečná* (aktuální). První je hodnotou udávanou výrobcem a představuje náboj, jež článek může dodat za stanovených podmínek (typicky za pokojové teploty při vybíjení během pěti hodin), a to za předpokladu udržení stanoveného rozsahu napětí (běžně v rozmezí  $\pm 10\%$  od napětí při plném nabití). Druhá je hodnotou náboje, který baterie vydá za daných konkrétních podmínek. Skutečná kapacita závisí na mnoha faktorech; například na stáří akumulátoru, podmínkách nabíjení, velikosti vybíjecího proudu, konečném vybíjecím napětí nebo teplotě<sup>1</sup>

Známe-li časovou závislost proudu  $I(t)$  procházejícího určitým obvodem, můžeme celkový průchozí náboj určit integrací jako

$$Q = \int_t I(t) dt.$$

Pro zpracování chyb využíváme především zákona přenosu chyb pro nezávislé proměnné<sup>2</sup>

$$\sigma_V = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial V}{\partial P_i} \sigma_{P_i} \right)^2}, \quad (1)$$

kde hledáme chybu proměnné  $V$ , jež závisí na  $N$  proměnných  $P_i$ , které jsou naměřené s chybami  $\sigma_{P_i}$ .

## Pomůcky a přístroje

AAA baterie typu *SHO 750 Orion* (Ni-MH), multimetr *UNI-T M840D* s třímístným displayem, nepřesností<sup>3</sup>  $\pm(0,5\% + 3)$  pro napětí a  $\pm(0,8\% + 3)$  pro proud, nabíječka *Voltcraft IPC-1L*, motůrek, žárovka, tablet s aplikací *Skyflow* (coby kamera).

## Výsledky měření

Měření probíhalo přibližně za normální pokojové teploty.

Pro měření jsme sestavili sériový obvod složený ze zdroje (jedna či dvě baterie *SHO 750 Orion*), odporu (žárovky nebo žárovky a motoru v sérii) a ampérmetru.

Obvodem jsme nechali procházet proud, přičemž v pravidelných časových intervalech jsme zaznamenávali hodnotu proudu, resp. natáčeli jsme display ampérmetru tabletem s aplikací

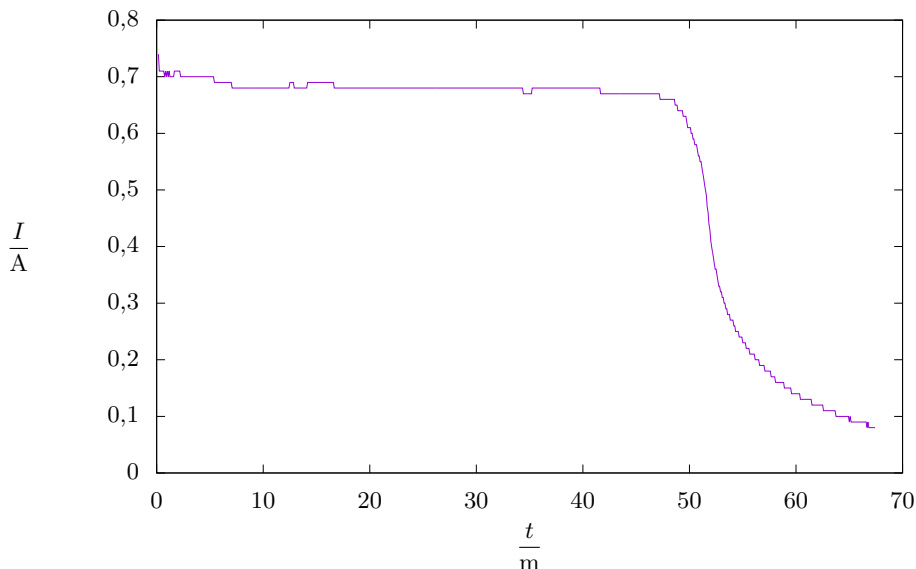
<sup>1</sup>Battex: abeceda baterií a akumulátorů, kapacita [online][cit. 10.4.2021]. Dostupné z <http://www.battex.info/slovnicek-a-pojmy/kapacita+28článků+nebo+baterií%29>

<sup>2</sup>Wikipedia: Propagation of uncertainty [online][cit. 2.3.2021]. Dostupné z [https://en.wikipedia.org/wiki/Propagation\\_of\\_uncertainty](https://en.wikipedia.org/wiki/Propagation_of_uncertainty)

<sup>3</sup>Nepřesnost přístroje se nám bohužel nepodařilo dohledat, použili jsme tedy nepřesnost podobného přístroje jiné vývojové řady.

*Skyflow* v režimu timelapse (po pěti či šedesáti sekundách v závislosti na měření) a hodnoty následně odečetli.

Kompletní časovou závislost jednoho měření znázorňuje obr. 1, časovou závislost prošlého náboje pak obr. 2.



Obr. 1: Závislost proudu na čase.

Jak je z grafů zřejmé, obvodem prochází po většinu času přibližně konstantní proud. Pro srovnání s nominální kapacitou budeme část měření, ve které začne rychle docházet k poklesu proudu, zanedbávat.

Pro získání celkového náboje jsme proud numericky časově zintegrovali dle vztahu

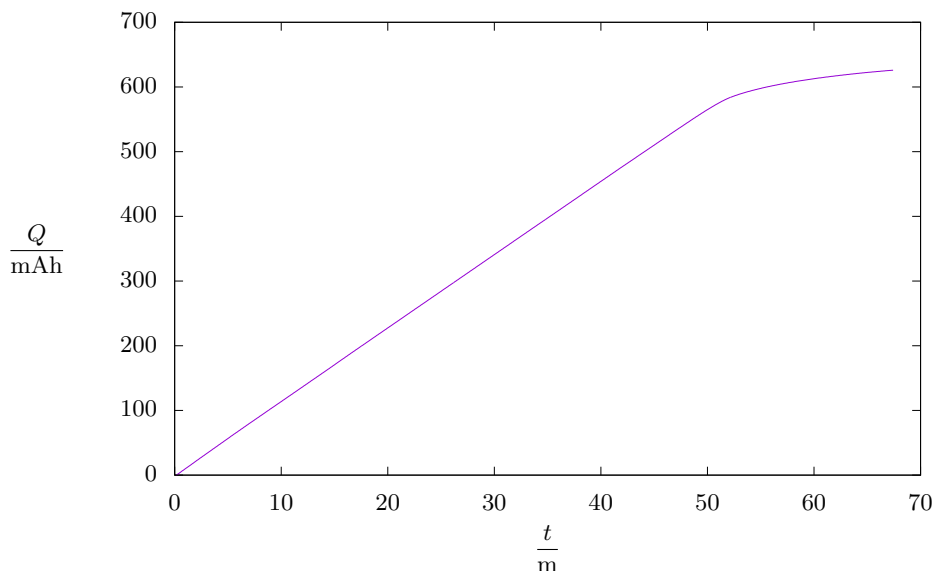
$$Q = \int_{t_0}^{t_n} I(t) dt \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{I(t_i) + I(t_{i+1})}{2} (t_{i+1} - t_i) .$$

Jelikož obvodem procházel přibližně konstantní proud, pro jednoduchost přejdeme pro počítání chyb ke konstantní (střední) hodnotě proudu  $\bar{I}$ . Tu si definujeme právě tak, aby platilo  $Q = \bar{I}t$  (tedy náboj získaný integrací jednoduše vydělíme celkovým časem). Ze zákona přenosu chyb pro násobení pak máme

$$\sigma_{Q_i, \text{sys}} = Q_i \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\bar{I}}}{\bar{I}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2} ,$$

kde  $\sigma_X$  je chyba v určení veličiny  $X$  a  $Q_i$  je náboj získaný z  $i$ -tého měření.

Odchylky proudu způsobené nepřesností ampérmetru činí přibližně 0,04 A pro naměřené proudy nad 0,6 A a 0,03 A pro proudy nižší.



Obr. 2: Závislost prošlého náboje na čase.

Hodnoty pro jednotlivá měření jsou uvedeny v tabulkách 1 a 2, přičemž jsme oddělili měření se žárovkou od měření se žárovkou i motůrkem. Konkrétně jsou zde zaznamenány zátěž (z – pouze žárovka, zm – žárovka a motor v sérii), celkový náboj získaný numerickou integrací a střední hodnota proudu. Výslednou hodnotu kapacity  $Q$  získáme jednoduše aritmetickým průměrem. Chyby u jednotlivých měření jsou pouze systematické, pro celkový náboj pak stanovíme chybu kombinovanou z chyby statistické i systematické<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Statistickou chybu aritmetického průměru určíme jako

$$\sigma_{Q,\text{stat}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (Q_i - Q)^2}.$$

Systematická chyba aritmetického průměru se spočte z chyb dílčích měření jako

$$\sigma_{Q,\text{sys}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{Q_i}^2}.$$

Jelikož jsou si pro měření v rámci každé metody (vybíjení s nižším proudem, vybíjení s vyšším proudem...) systematické chyby velmi blízké, odhadneme celkovou systematickou chybu jako aritmetický průměr systematických chyb. Celkovou chybu pak stanovíme jako

$$\sigma_Q = \sqrt{\sigma_{Q,\text{sys}}^2 + \sigma_{Q,\text{stat}}^2}.$$

Tab. 1: Vybíjení se žárovkou.

$\frac{t}{s}$	$\bar{I}$ A	$\bar{Q}$ mAh
2700(5)	0,70(4)	562(27)
2935(5)	0,68(4)	524(25)
2825(5)	0,69(4)	557(27)
2765(5)	0,69(4)	526(26)

Tab. 2: Vybíjení se žárovkou a motůrkem.

$\frac{t}{m}$	$\bar{I}$ A	$\bar{Q}$ mAh
366(1)	0,11(3)	671(185)
347(1)	0,11(3)	634(175)

Pro měření se žárovkou byla stanovena (aktuální) kapacita

$$Q_z = (542 \pm 24) \text{ mAh},$$

pro měření se žárovkou i motůrkem pak

$$Q_{zm} = (652 \pm 179) \text{ mAh}.$$

Mezi všemi měřeními jsme použitý zdroj (akumulátor) nabíjeli (přibližně) konstantním proudem  $I$ , který jsme zaznamenávali opět pomocí timelapse, tentokrát jsme však snímali display nabíječky, jenž hodnotu proudu ukazoval. Díky konstantnímu proudu se vztah pro celkový náboj redukuje na násobení  $Q = It$ . Hodnotu proudu budeme považovat za přesnou (více v diskuzi), v důsledku toho považujeme i celou systematickou chybu určení náboje za zanedbatelnou. V tabulkách pak chyby neudáváme a výsledná chyba aritmetického průměru je pouze statistická.

Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulkách 3 a 4.

Tab. 3: Nabíjení proudem 0,7 A.

$\frac{t}{s}$	$\bar{Q}$ mAh
4000(5)	777
3925(5)	763
3815(5)	741
3840(5)	746

Tab. 4: Nabíjení proudem 0,5 A.

$\frac{t}{s}$	$\bar{Q}$ mAh
5770(5)	801
5395(5)	749

Výsledné hodnoty činí

$$Q_{700} = (757 \pm 8) \text{ mAh}$$

pro proud 0,7 A a

$$Q_{500} = (775 \pm 26) \text{ mAh}.$$

pro proud 0,5 A.

### Diskuze

Z naměřených hodnot je patrné, že baterie vydala vyšší náboj při pomalejším vybíjení, což je plně v souladu s předpovědí (docházelo k menším ztrátám energie). Systematické chyby

u měření s nižším proudem jsou bohužel značné, což je způsobeno nevhodnou volbou rozsahu ampérmetru. Měřili jsme na rozsahu do 20 A, řád nejnižšího digitu byl 0,01 A – plná jedna desetina hodnoty proudu. Tento rozsah jsme však zvolili z toho důvodu, že použitý ampérmetr na nižším rozsahu nefungoval. Pro přesnější výsledky by bylo vhodné pokus opakovat s menším rozsahem. Vzhledem k délce vybíjení odpovídají nominálnímu napětí spíše výsledky z delšího měření.

Hodnota kapacity při nabíjení byla konzistentně vyšší než hodnota při vybíjení. Vliv mohlo mít několik faktorů. Nabíjení je endotermický jev – pro uchování energie v chemickém článku je potřeba vyvolat endotermickou chemickou reakci. Projevem toho se například baterie během nabíjení ztuhlá, což znamená nižší energetickou efektivitu. Přebytečný náboj při nabíjení se pak ztrácí v nevratných chemických reakcích v materiálu akumulátoru, které následně způsobují snížení kapacity, tedy opotřebenosti. V našem případě byl použitý akumulátor aktivně používán po několik let, lze tedy předpokládat poměrně velkou míru opotřebenosti.

Použité nabíjecí proudy byly poměrně vysoké, což mohlo dále snížit efektivitu nabíjení. To však naše měření nepotvrdilo (ani nevyvrátilo), jelikož se kapacity pro oba proudy v rámci chyby shodují; měření s nižším proudem pak dává dokonce vyšší průměrnou hodnotu, ale s mnohem větší chybou.

Výrobce udává nominální kapacitu  $Q_v = 750$  mAh. Té jsou blíže měření z nabíjení, při kterých baterie pojala ztuhlá vyšší náboj, než jaký vydala při vybíjení. Nominální kapacita se však udává jako náboj, který je akumulátor schopný vydat, nikoliv přijmout.

Z výše uvedených důvodů usuzujeme, že ideálnímu způsobu určení nominálního napětí nejvíce odpovídalo měření při vybíjení nižším proudem. To v našem případě dalo výsledek  $Q_{zm} = (652 \pm 179)$  mAh.

Do měření mohly vnést další chyby změny elektrických vlastností odporu v průběhu měření; experiment mohlo ovlivnit například zmíněné zahřívání baterie. Dále se také mohl měnit odpor obvodu (žárovky), to však na naše měření nemá velký vliv, neboť jsme měřili pouze procházející proud.

Hodnotu proudu při měření jsme považovali za přesnou, neboť se nám nepodařilo dohledat konkrétní přesnost displeje nabíječky. Konkrétní naměřené hodnoty pak nemají velkou váhu, nicméně i kdyby systematická chyba byla několikanásobně vyšší než při měření vybíjení s vyšším proudem, hodnoty naměřeného prošlého náboje by stále vycházely konzistentně vyšší než při vybíjení.

## Závěr

Čtyřmi způsoby jsme změřili náboj vydaný či přijatý baterií (*SHO 750 Orion*) během vybíjení a nabíjení. Hodnoty jsou shrnuty v tabulce 5.

Tab. 5: Shrnutí výsledků.

způsob měření	$\frac{Q}{\text{mAh}}$
vybíjení, cca 0,7 A	542(24)
vybíjení, cca 0,1 A	652(179)
nabíjení, cca 0,7 A	757(8)
nabíjení, cca 0,5 A	743(26)

Fyzikální podstatou nejvíce měření nominální kapacity odpovídalo vybíjení s nižším proudem. Stanovená kapacita je tedy

$$Q = (652 \pm 179) \text{ mAh},$$

přičemž výrobce udává nominální kapacitu  $Q_v = 750 \text{ mAh}$ .

Vzhledem k opotřebovanosti baterie je pravděpodobné, že výrobce nám nijak zásadně nelhal.

*Martin Vaněk*  
martin@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.