

Úloha I.E ... tři šedé vlasy dědy Aleše 8 bodů; průměr 4,28; řešilo 50 studentů

Pokuste se určit některé napětové charakteristiky v tahu u lidského vlasu. Z vašeho pokusu sestavte co nejpodrobnější graf závislosti použité síly na prodloužení vlasu; z něj potom určete graf závislosti smluvního napětí na relativním prodloužení. Pokuste se z něj vyčíst/odhadnout mez pevnosti, případně i jiné charakteristiky. Měření opakujte alespoň na 3 vlasech stejné osoby. Nápovědy Vhodné jsou hodně dlouhé vlasy – pokud sami takové nemáte, určitě není problém takové sehnat. Průměr vlasu můžete změřit ve škole pomocí mikrometru nebo pomocí laseru. Jako závaží můžete použít mince, které mají docela dobře definované hodnoty hmotnosti.

Karel čerstvě ostrůhán.

Teorie

Pro určení napětí v tahu je vhodná jednoosá napjatost vlasu, která vznikne působením síly F na vlas v potřebném směru. Přijatelnou silou z hlediska nenáročnosti vybavení a určení její velikosti a směru působení je síla tíhová F_G . Vlas délky l_0 se při zatížení závažím o hmotnosti m , tedy při působení síly $F_G = mg$, prodlouží na délku l_n , přičemž se taktéž původní průřez vlasu S_0 zmenší na S_n . Hodnotu prodloužení vlasu Δl získáme rozdílem jeho délky při daném zatížení l_n a jeho původní délky l_0 , $\Delta l = l_n - l_0$. Pro zjištění závislosti napětí σ_p na relativním prodloužení vlasu ε je nutno tyto dvě veličiny určit. V praxi se v podobných tahových zkouškách používá takzvané smluvní napětí σ_p , které vyjadřuje vztah $\sigma_p = F/S_0$, jeho hodnota může i klesat (často u kovů a jejich slitin), ačkoliv skutečné napětí se zvětšující se silou až do okamžiku prasknutí roste, neboť nezohledňuje změnu (zmenšování) průřezu na S_n , ale vztahuje se k průřezu původnímu S_0 . Relativní prodloužení ε lze získat ze vztahu $\varepsilon = \Delta l/l_0$. Ze získaného tahového diagramu (závislosti smluvního napětí na relativním prodloužení) lze poté pozorovat, zda a do jaké hodnoty napětí se u napínaného vlasu uplatňuje Hookeův zákon.

Abychom však tahový diagram získali, je nutné před samotným experimentem změřit další potřebnou veličinu, průřez vlasu S_0 . Jeho hodnotu lze získat na základě měření mikrometrem nebo pomocí laseru za předpokladu, že považujeme vlas za váleček. Vzhledem ke zkušenostem z dřívějšího experimentu byl upřednostněn laser, neboť výsledky mikrometru se od těch získaných pomocí laseru poměrně výrazně lišily, což bylo pravděpodobně způsobeno větší invazivností vůči vzorku při měření mikrometrem (vlas se zmáčkne, čímž se jeho skutečný průměr zmenší). Využit k tomuto účelu laseru je navíc fyzikálně mnohem zajímavější. Svítíme-li laserem přes vlas na stínítku, pak pro svazek laseru dopadající pod úhlem α platí

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d} = \frac{l_k}{\sqrt{h^2 + l_k^2}},$$

kde d je tloušťka (průměr) vlasu, k , $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$, je číslo maxima vzniklého difrakčního obrazce, h je vzdálenost vlasu od stínítka, l_k je vzdálenost k -tého maxima od hlavního maxima a λ je vlnová délka použitého laseru. Pro výpočet tloušťky vlasu d tedy platí

$$d = \frac{\sqrt{h^2 + l_k^2}}{l_k} \cdot k \cdot \lambda.$$

Měření

K experimentu bylo použito pěti delších rovných vlasů stejné osoby, u kterých byla nejdříve zjišťována jejich tloušťka d , respektive průřez S_0 . Krátký kousek každého z vlasů byl lepící

páskou připevněn do pěti „okýnek“ z kartonu tak, aby možné přes něj posvítit laserem ($\lambda = 532$ nm, zelený) bez interakce laseru s jinými objekty. Laser byl položen na zvýšené místo (parapet) a podložen tak, aby svítil přibližně do středu délky vlasu upevněného v kartonu, který byl postaven do těsné blízkosti před něj a stabilizován kuličky na prádlo. Poté byl laser zapnut a u difrakčního obrazce vzniklého na stínítku byly změřeny vzdálenosti vedlejších maxim od maxima hlavního, jejichž hodnoty jsou zapsány v tabulce 1. Byla také změřena vzdálenost od měřeného vzorku vlasu ke stínítku $h = 309$ cm. S využitím naměřených údajů byly dopočítány tloušťky vlasů d_n ze všech změřených maxim a jako tloušťka vlasu d byl určen jejich aritmetický průměr, poté byl z této veličiny dopočítán průřez vlasu S_0 , $S_0 = \pi d^2/4$, a taktéž zapsán do tabulky.

Dále se pokračovalo samotnou tahovou zkouškou všech pěti vlasů, každý z nich byl postupně přilepen lepící páskou k okraji stolu, poté byl malý kousek izolopy přilepen přibližně do poloviny délky visícího vlasu a byla změřena délka nezatíženého vlasu (hmotnost izolopy byla zanedbána) od okraje stolu k danému kousku izolopy. Posléze byly do místa vlasu s izolopou jednotlivě přilepovány jednorunové mince o hmotnosti $m = 3,6$ g jako závaží a po každém přidání mince byla měřena aktuální délka vlasu. Takto bylo postupováno až do chvíle, kdy vlas po přidání další mince prasknul (délku už tedy nebylo možno změřit), mez pevnosti vlasu lze proto hledat v intervalu smluvních napětí vyvolaného tíhovou silou po přidání předposlední mince a tíhovou silou po přidání poslední mince, která vyvolala prasknutí vlasu (příslušné napětí již není uvedeno v tabulce).

Tabulka 1: Určení průřezů vlasů S_0

vlas č.	1.	2.	3.		4.	5.	$\frac{d}{\mu\text{m}}$	$\frac{S_0}{\text{mm}^2}$
	maximum cm							
1	3,2	5,4	7,5	9,8	11,9	76,3	$4,57 \cdot 10^{-3}$	
2	2,4	3,7	5,2	6,6	8,6	108,4	$9,24 \cdot 10^{-3}$	
3	2,8	5,0	7,1	9,0	11,1	84,2	$5,57 \cdot 10^{-3}$	
4	3,7	5,8	8,2	10,5	12,7	69,9	$3,84 \cdot 10^{-3}$	
5	3,4	5,6	8,0	10,3	12,5	72,4	$4,12 \cdot 10^{-3}$	

Výsledky

Ze zjištěných hodnot byly pro každý vlas vytvořeny tahové diagramy (obrázek 1), u nichž lze zpočátku s trochou fantazie pozorovat uplatnění Hookeova zákona, proto lze lineární regresí několika prvních bodů získat Hookeovy přímky. Youngův modul pružnosti E lze určit ze směrnice u rovnice dané přímkou získané regresí pro každý vlas. Meze pevnosti vlasů σ_p jsou stanovovány podle napětí, při kterém vlas prasknul (k prasknutí došlo při zatížení daným počtem mincí téměř okamžitě, proto není možné určit konkrétní hodnotu meze pevnosti σ_p , neboť napětí se měnilo velmi skokově, lze však říci, že mez pevnosti σ_p lze hledat v intervalu ohraničeného hodnotou napětí, které vyvolalo prasknutí vlasu, a hodnotou napětí, které mu předcházelo), výsledky jsou v tabulce 2.

Tabulka 2: Výsledky pro jednotlivé vlasy (pro σ_p je uveden interval odhadu)

vlas č.	$\frac{E}{\text{MPa}}$	$\frac{\sigma_p}{\text{MPa}}$
1	1 200	(54; 62)
2	700	(45; 50)
3	700	(50; 58)
4	1 500	(45; 56)
5	1 100	(68; 78)

Diskuze

Je dobré zmínit, že naše provizorní tahová zkouška se liší od standardních zkoušek tahem, a to v tom, že u skutečné zkoušky tahem se mění prodloužení a měří se síla, zatímco zde byla měněna síla a měřeno prodloužení, čili bylo postupováno zcela opačně. Standardní zkouška tahem také patří do skupiny statických zkoušek materiálů, u kterých se prodloužení mění velmi pomalu, zatěžování je tedy kvazistatické, kdežto u naší zkoušky částečně dynamické, kvůli postupnému přidávání mincí. Dále také stojí za povšimnutí, že ačkoliv se jedná o vlasy stejné osoby, výsledné Youngovy moduly pružnosti E a meze pevnosti σ_p se pro jednotlivé vlasy poměrně výrazně liší, což může být způsobeno různou kvalitou vlasů, eliptickým tvarem průřezu vlasů u evropské populace či jinými faktory.

Závěr

Ze získaných tahových diagramů lze usuzovat na platnost Hookeova zákona pro lidské vlasy v počátečních tahového diagramu. Dále se podařilo přibližně určit Youngův modul pružnosti a intervaly meze pevnosti pro jednotlivé použité vlasy.

Tabulka 3: Výsledky měření postupně pro jednotlivé vlasy.

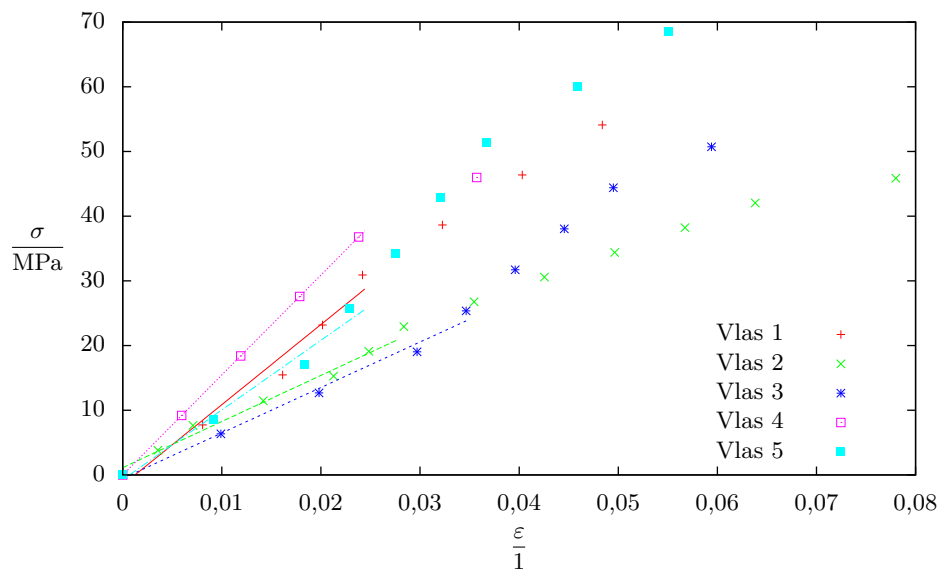
počet mincí	$\frac{l}{\text{mm}}$	$\frac{\Delta l}{\text{mm}}$	$\frac{F}{\text{N}}$	$\frac{\sigma}{\text{MPa}}$	ε
0	124	0	0	0	0
1	125	1	0,035	7,73	0,008
2	126	2	0,071	15,45	0,016
3	126,5	2,5	0,106	23,18	0,020
4	127	3	0,141	30,91	0,024
5	128	4	0,177	38,64	0,032
6	129	5	0,212	46,37	0,040
7	130	6	0,247	54,10	0,048
0	141	0	0	0	0
1	141,5	0,5	0,035	3,82	0,004
2	142	1	0,071	7,64	0,007
3	143	2	0,106	11,47	0,014
4	144	3	0,141	15,29	0,021
5	144,5	3,5	0,177	19,11	0,025

6	145	4	0,212	22,93	0,028
7	146	5	0,247	26,75	0,036
8	146,5	5,5	0,283	30,58	0,043
9	147	6	0,318	34,40	0,050
10	148	7	0,353	38,22	0,057
11	149	8	0,388	42,04	0,064
12	151	10	0,424	45,86	0,078
0	101	0	0	0	0
1	102	1	0,035	6,34	0,001
2	103	2	0,071	12,68	0,020
3	104	3	0,106	19,02	0,030
4	104,5	3,5	0,141	25,36	0,035
5	105	4	0,177	31,70	0,040
6	105,5	4,5	0,212	38,04	0,045
7	106	5	0,247	44,38	0,050
8	107	6	0,283	50,72	0,059
0	84	0	0	0	0
1	84,5	0,5	0,035	9,20	0,006
2	85	1	0,071	18,39	0,012
3	85,5	1,5	0,106	27,59	0,018
4	86	2	0,141	36,79	0,024
5	87	3	0,177	45,98	0,036
0	109	0	0	0	0
1	110	1	0,035	8,57	0,009
2	111	2	0,071	17,14	0,018
3	111,5	2,5	0,106	25,72	0,023
4	112	3	0,141	34,29	0,028
5	112,5	4,5	0,177	42,86	0,032
6	113	4	0,212	51,43	0,037
7	114	5	0,247	60,00	0,046
8	115	6	0,283	68,57	0,055

Kristína Nešporová
kiki@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.



Obr. 1: Závislosti smluvního napětí na relativním prodloužení vlasu