

19. ročník, úloha II. 2 ... funící lokomotiva (4 body; průměr 3,16; řešilo 69 studentů)

Lokomotiva s osmi vagóny o hmotnosti 40 t se rozjíždí na dráze 1 km na rychlost 120 km/h. Jaká musí být minimální hmotnost lokomotivy tohoto vlaku, aby se vlak rozjel bez prokluzování kol na kolejnici?

Počítejte se součinitelem klidového tření $f = 0,2$. Odpor vzduchu a valivý odpor zanedbejte.

Úlohu navrhl Jirka Franta.

Nejdříve si musíme ujasnit, jaké síly nesmíme zanedbat při řešení této úlohy. Jelikož nevíme zhola nic o počtu kol jednotlivých vagónů, natož o jejich momentech setrvačnosti, spokojíme se s tím, že vagony se pohybují a zrychlují bez jakéhokoliv odporu. Takže vagony působí na lokomotivu jen a pouze svou setrvačnou silou F_V . Na lokomotivu samozřejmě také působí její setrvačná síla F_L . Tíhová síla působící na lokomotivu F_G je vyrovnána reakční silou od kolejnic. Na vyrovnání obou setrvačných sil nám zbývá jedině statická smyková třecí síla F_T mezi koly lokomotivy a kolejnicemi. Jelikož hledáme hraniční případ, kdy nastane prokluz u kol lokomotivy, budeme počítat s maximální velikostí této třecí síly, tedy

$$F_T = f F_G.$$

Setrvačné síly musí být v rovnováze s touto třecí silou

$$F_T = F_V + F_L.$$

Ze zadání lze snadno vypočítat, s jakým zrychlením se vlak pohyboval, když předpokládáme rovnoměrně zrychlený pohyb.

$$a = \frac{v^2}{2s}.$$

Víme tedy, jak velké byly setrvačné síly vagónů a lokomotivy.

$$F_V = m \frac{v^2}{2s},$$

$$F_L = M \frac{v^2}{2s}.$$

Tímto končí fyzikální úvahy a přichází na řadu matematické řemeslo v podobě dosazení do rovnice rovnováhy sil a následovných ekvivalentních úprav, kterými dostaneme

$$M = m \frac{v^2}{2f g s - v^2}.$$

Nyní nastává bod, ve kterém se správná řešení rozcházel – dosazení číselných hodnot. Kvůli nešťastně formulovanému zadání někteří počítali, že 40 t váží všechny vagony dohromady. Ale zadání bylo myšleno tak, že 40 t váží každý z osmi vagónů. Jelikož tato chyba byla z velké části na naší straně, nestrhávali jsme za ni body. Když tedy dosadíme zadané údaje, získáme

$$M \approx 130 \text{ t}.$$

Jak uvedl *Juraj Hartman*, tuto podmínku splňuje například velká lokomotiva ČD řady 181.

Petr Sýkora
petr@fykos.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.