

12. ročník, úloha I. 2 ... brzdění na motocyklu (5 bodů; průměr ?; řešilo 57 studentů)

Vzdálenost mezi osou předního a zadního kola motocyklu je $d = 1,4$ m, jejich poloměr je $r = 0,3$ m a koeficient tření mezi pneumatikami a silnicí je $f = 1$. Těžiště motocyklu je uprostřed mezi osami, ve výšce $h = 0,8$ m nad zemí. Spočítejte minimální brzdovou vzdálenost pro počáteční rychlost motocyklu $v = 60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, jestliže řidič používá

- jen zadní brzdu
- jen přední brzdu
- obě brzdy

Zamyslete se nad získanými výsledky a zkuste je porovnat s vaší zkušeností.

Nejjednodušší je řešit příklad ve vztažné soustavě spojené s motocyklem. Je zřejmé, že na motorku působí tíhová síla $F_G = mg$, reakce vozovky na přední kolo R_p , na zadní R_z a setrvačná síla $F_s = ma$.

V případě a) se k výše uvedeným silám přidá třecí síla F_{tz} , která působí na zadní kolo proti směru pohybu. Platí, že výslednice všech sil ve vswislém směru je nulová (motocykl nám nevzlétne ani se neproboří).

$$R_p + R_z = F_G \quad (1)$$

a dále je nulový výsledný moment všech sil vůči těžišti (motocykl by nám neměl rotovat)

$$R_z \frac{d}{2} + F_{tz} h = R_p \frac{d}{2}, \quad (2)$$

kde

$$F_{tz} = f R_z. \quad (3)$$

Po vyřešení této soustavy (do (1) a (2) dosadíme za R_z ze (3), z takto upravené (1) vyjádříme R_p a dosadíme do (2)) vztah

$$F_{tz} = \frac{fmgd}{2(d+hf)},$$

což je zpomalující síla. Pro zpomalení dostáváme

$$F_{tz} = ma_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{fgd}{2(d+hf)}.$$

Případ b) je podobný. Rovnice (1) zůstává stejná, momentová věta je ve tvaru

$$R_z \frac{d}{2} + F_{tp} h = R_p \frac{d}{2}, \quad (4)$$

kde $F_{tp} = f R_p$ (3). Zde je nutno vyloučit případy, kdy $R_z < 0$ (což z hlediska významu R_z je nutná podmínka platnosti (4), jinak by motocyklista přeletěl přes řídítka). Po dosazení ze (4) dostáváme

$$\frac{2(R_p d/2 - F_{tp} h)}{d} < 0 \quad \Rightarrow \quad R_p \frac{d}{2} < R_p f h \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{2h} < f,$$

což f ze zadání nesplňuje. Tuto hodnotu můžeme efektivně snížit tím, že nebudeme brzdit maximální silou, ale jen rozumnou částí. Tím se nám kola budou neustále otáčet a nezablokují se. Pokud snížíme tuto hodnotu efektivně na $f = 0,875$, což vyhovuje naší podmínce, pak pro zpomalení a dostaneme $a_2 = dg/(2h)$.

Případ c) přejde na případ b), neboť při maximálním brzdění ($f = 0,875$) je $R_z = 0$ a tedy nezáleží, jak moc zadní brzdou brzdíme $a_3 = a_2 = a_{2,3} = dg/(2h)$. Pokud zrychlení a_1 , $a_{2,3}$ dosadíme do vztahu

$$s = \frac{v^2}{2a},$$

(který získáme buď z rovnosti práce vykonané třecí silou a úbytku kinetické energie $F_t s = \frac{1}{2}mv^2$, či pomocí kinematických vztahů $v = at$ a $s = \frac{1}{2}at^2$), tak dostaneme hodnoty $s_1 = 44,5$ m a $s_2 = 16,2$ m. Při výpočtu jsme považovali bržděné kolo ve stavu těsně před tím, než se „utrhne“ od vozovky. Pokud se již utrhne, koeficient tření mezi kolem a vozovkou se změní ze statického na smykový, který je menší (při valení kola jsou dotykový bod kola s asfaltem ve vzájemném klidu).

Jan Prokleška