

**Úloha III.1 ... zlevněné banány**

3 body; průměr 2,84; řešilo 49 studentů

Mikuláš v obchodě vložil několik banánů do igelitového sáčku. Před jejich zvážení ho napadlo, že kdyby pytlík naplnil místo vzduchu heliém, budou banány stát o něco méně. Helium Mikuláš koupil ve slevě za jednu korunu na litr při standardním tlaku. Jaká musí být cena banánů, aby se mu tento „podvod“ vyplatil?

*Bonus* Nalezněte plyn, u kterého se vyplatí plnit jím sáček při ceně banánů 30 korun na kilogram. Nezapomeňte citovat zdroje ceny daného plynu.

*Nad čím přemýšlíte vy, když v obchodě vážíte banány?*

Keď vrecúško s banánmi naplníme héliom, bude naň pôsobiť vztlaková sila, ktorá je podľa Archimedovho zákona rovná  $F_{vz} = \rho V g$ , pričom sa počíta s hustotou tekutiny  $\rho$ , v ktorej je objekt ponorený, a objemom ponorenej časti objektu  $V$ . Zároveň pôsobí tiažová sila na hélium samotné, ktorá ho „ťahá dole“, preto platí

$$\Delta m_B g = (\rho_{vzd} - \rho_{He}) V g,$$

kde  $\Delta m_B$  je zmena váhy banánov,  $\rho_{vzd}$  a  $\rho_{He}$  sú hustoty vzduchu a hélia a  $V$  je objem vo vrecúšku, ktorý sme vyplnili héliom. Tento objem vieme vypočítať ako podiel hmotnosti použitého hélia a hustoty hélia

$$V = \frac{m_{He}}{\rho_{He}},$$

čiže po vykrátení  $g$  a dosadení  $V$  máme vzťah

$$\Delta m_B = \left( \frac{\rho_{vzd}}{\rho_{He}} - 1 \right) m_{He}.$$

Keďže Mikuláš chce, aby sa mu podvod oplatil, cena použitého hélia musí byť minimálne rovná ušetrenej cene banánov

$$m_{He} C_{He} \leq \Delta m_B C_B,$$

kde  $C_{He}$ ,  $C_B$  sú ceny za kilogram hélia, resp. banánov. Po dosadení za  $\Delta m_B$  dostávame vzťah pre cenu banánov

$$C_B \geq \frac{C_{He}}{\frac{\rho_{vzd}}{\rho_{He}} - 1}.$$

Cenu hélia v jednotkách CZK·kg<sup>-1</sup> vypočítame z hustoty hélia a zadanej ceny hélia  $c_{He}$  v jednotkách CZK·ℓ<sup>-1</sup> ako

$$C_{He} = \frac{c_{He}}{\rho_{He}}.$$

Dosadíme do finálneho vzťahu pre cenu banánov a dostaneme

$$C_B \geq \frac{c_{He}}{\rho_{vzd} - \rho_{He}} = 900 \text{ CZK}.$$

Hraničná cena banánov, pri ktorej sa Mikulášovi tento podvod vyplatí je 900 CZK·kg<sup>-1</sup>. Táto hranica je nezávislá na množstve použitého hélia, čiže ak by sme použili viac hélia ako máme, vrecúško by sa začalo vznášať. Zbytočne by sme mrhali héliom a pani predavačke by sa to mohlo zdať podozrivé.

*Bonus*

Z predchádzajúcich výpočtov vieme, že musí platiť

$$\frac{C_B}{C_P} \left( \frac{\rho_{vzd}}{\rho_P} - 1 \right) \geq 1,$$

pričom  $C_P$  je cena plynu za kilogram a  $\rho_P$  je hustota plynu. Potrebujeme nájsť taký plyn, pre ktorý sa podvod oplatí pri cene banánov 30 CZK·kg<sup>-1</sup>. Nájde si ceny<sup>1</sup> a hustoty<sup>2</sup> rôznych technických plynov a zistíme, či je niektorý z nich vyhovujúci. Samozrejme, zaujímajú nás len plyny s nižšou hustotou ako vzduch  $\rho_{vzd} = 1,2759 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , ktoré sú bezpečné na použitie v danej situácii. Získané údaje, z ktorých sme prepočítali cenu na jeden kilogram v CZK·kg<sup>-1</sup> a potom dosadili do vyššie uvedených vzťahov, umiestnime do prehľadnej tabuľky 1.

Tab. 1: Tabuľka plynov

plyn	$\frac{\rho_P}{\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}}$	$\frac{C_P}{\text{CZK}\cdot\text{kg}^{-1}}$	$\frac{C_B}{C_P} \left( \frac{\rho_{vzd}}{\rho_P} - 1 \right)$
vodík	0,088 95	6 428	0,06
hélium	0,1762	5100	0,04
zemný plyn	0,7	8	3,2
acetylén	1,147	560	0,006
dusík	1,234	334	0,003

Plyn, pri ktorom sa to oplatí, je – podľa nami nájdených údajov o cenách plynov – zemný plyn, hlavne kvôli jeho nízkej cene.

*Katarína Častulíková*  
katka.castulikova@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

<sup>1</sup>Ceny plynů převzaty z <https://www.kurzy.cz/plyn/srovnani-cen> a <https://www.messer.sk/cennik>

<sup>2</sup>Hustoty převzaty z <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-plynu.htm>