

## Úloha I.P ... strašná zima

10 bodů; průměr 3,14; řešilo 43 studentů

Některé mlhoviny tvořené plynem z hvězd, např. Bumerang, mají nižší teplotu než reliktní záření, tedy vlastně jsou chladnější než vesmír. Jak je to možné? Pokuste se stanovit podmínku na to, aby se plyn vyvrhovaný horkou hvězdou ochladil na teplotu nižší, než je reliktní záření.

*Karel nebyl spokojen s tvrzením, že všude ve vesmíru je teplota alespoň reliktního záření.*

Reliktne žiarenie je elektromagnetické žiarenie prichádzajúce zo všetkých smerov, ktoré vzniklo krátko po veľkom tresku. V dnešnej dobe má charakter žiarenia absolútne čierneho telesa s teplotou  $T_r = 2,73\text{ K}$ . Preto by sa dalo predpokladať, že všetky objekty vo vesmíre budú mať vyššiu teplotu. V prípade rovnováhy by mali všetky objekty rovnakú teplotu  $T_r$ , no vo vesmíre sa nachádzajú zdroje energie (napr. hviezdy), ktoré spôsobujú, že v istých oblastiach vesmíru je podstatne teplejšie. Zdroj „chladu“ však neexistuje, preto nás zaujímajú nerovnovážne procesy, pri ktorých dochádza k ochladzovaniu.

Hmlovina uvedená ako príklad v zadaní je planetárna hmlovina tvorená obálkou plynu s teplotou približne  $t = 2\text{ K}$  rozpínajúca sa rýchlosťou okolo  $v = 150\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . Pri vzdialenosti okolo  $1500\text{ ly}$  je jej rozmer asi  $0,5\text{ ly}$  a je teda stará asi  $1000$  rokov.<sup>1</sup> Fakt, že je chladnejšia ako reliktne žiarenie, bol objavený vďaka absorpcii fotónov reliktného žiarenia molekulami oxidu uhoľnatého v hmlovine, ktoré by v opačnom prípade sami vyžarovali.<sup>2</sup>

Táto nízka teplota sa dá vysvetliť práve veľmi rýchlou expanziou plynu, ktorý nestíha prijímať teplo od materskej hviezdy (s výkonom  $L_* \approx 300L_\odot$  a povrchovou teplotou  $T_* = 6000\text{ K}$  a polomerom približne  $R_* = 16R_\odot$ ) ani reliktného žiarenia. Prečo ale takéto veľmi chladných hmlovín nepozorujeme viac? Čím je práve Bumerang taký výnimočný? V prípade tejto hmloviny je rýchlosť unikajúcich častíc o rád vyššia ako obyčajne. Tento rozdiel je pravdepodobne spôsobený iným mechanizmom vzniku - tesnou interakciou červeného obra a inej hviezdy v spoločnej obálke. Prítom vznikala disk materiálu obalujúci hviezdy a týmto procesom poháňaný výtrisk hmoty v smere normály na obežnú rovinu. Na konci procesu približovania sa po špirále sa obe hviezdy pravdepodobne zrazili.<sup>3</sup>

Základným problémom tejto úlohy je, že procesy, o ktorých uvažujeme, nie sú rovnovážne. Preto nastávajú problémy napr. s definíciou teploty či iných stavových veličín, a vzťahy ako Planckov zákon, 1. veta termodynamická, či stavová rovnica majú len obmedzené použitie v závislosti na extrémnosti podmienok. Napriek tomu sa však pokúsme vytvoriť aspoň približný model situácie použitím týchto vzťahov.

Oblak materiálu, ktorý hviezda vyvrhla, idealizujeme ako dokonale tepelne vodivú guľu, ktorej polomer  $r$  sa mení priamoúmerne so vzdialenosťou  $R$  od hviezdy. Neunikajú z neho častice, rýchlosť pohybu oblaku  $v$  je konštantná v smere od hviezdy. Oblak prijíma teplo  $Q_L$  od hviezdy, teplo  $Q_r$  od reliktného žiarenia a vyžaruje teplo  $Q_z$  do okolia podľa Stephan-Boltzmanovho zákona.

Pre polomer oblaku teda platí  $r = \alpha R = \alpha vt$ . Pre jeho objem

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (\alpha vt)^3.$$

Z prvej vety termodynamickej máme

$$dU = \delta Q_L + \delta Q_r - \delta Q_z - \delta W = \delta Q_L + \delta Q_r - \delta Q_z - p dV.$$

<sup>1</sup><http://adsabs.harvard.edu/abs/1997ApJ...487L.155S>

<sup>2</sup><http://adsabs.harvard.edu/abs/2017MNRAS.466.1412B>

<sup>3</sup><https://arxiv.org/pdf/1703.06929.pdf>

Pre vnútornú energiu plynu platí  $U = \frac{s}{2}nR_mT$ , čo po zdifferencovaní a dosadení dáva

$$\frac{s}{2}nR_m dT = \delta Q_L + \delta Q_r - \delta Q_z - pdV = \delta Q_L + \delta Q_r - \delta Q_z - 4\pi p(\alpha v)^3 t^2 dt.$$

Pre teplo vyžiarené oblakom za čas  $dt$  máme

$$\delta Q_z = P dt = 4\pi r^2 \sigma T^4 dt = 4\pi(\alpha v)^2 \sigma T^4 t^2 dt.$$

Teplo prijaté plynom od hviezdy vieme určiť zo svietivosti hviezdy  $L$ , vzdialenosti oblaku od hviezdy  $R$  a jeho prierezu  $S$  ako časť povrchu sféry so stredom v hviezde a polomerom  $R$  obsahujúcu oblak (hviezda vyžaruje rovnomerne do celého priestoru)

$$\delta Q_L = P dt = \frac{L}{4\pi R^2} S dt = \frac{L}{4\pi R^2} \pi r^2 dt = \frac{L}{4} \alpha^2 dt,$$

teplo prijaté z reliktného žiarenia ako

$$\delta Q_r = 4\pi r^2 \sigma T_r^4 dt = 4\pi(\alpha v)^2 \sigma T_r^4 t^2 dt.$$

A pre tlak plynu máme

$$p = \frac{nR_m T}{V} = \frac{3nR_m T}{4\pi(\alpha v t)^3}.$$

Keď všetko dosadíme, dostávame

$$\frac{s}{2}nR_m dT = \frac{L}{4}\alpha^2 dt + 4\pi(\alpha v)^2 \sigma T_r^4 t^2 dt - 4\pi(\alpha v)^2 \sigma T^4 t^2 dt - \frac{3nR_m T}{t} dt.$$

Po úprave dostávame vzťah pre časovú deriváciu teploty

$$\frac{dT}{dt} = \frac{L\alpha^2}{2snR_m} + \frac{8\pi(\alpha v)^2 \sigma}{snR_m} T_r^4 t^2 - \frac{8\pi(\alpha v)^2 \sigma}{snR_m} T^4 t^2 - \frac{6}{s} \frac{T}{t}.$$

Táto rovnica nemá analytické riešenie, dá sa však riešiť numericky.

Pozrime sa ale na podmienku ochladenia pod teplotu  $T_r$ . Aby sa plyn pod túto teplotu ochladil, musí byť v čase  $t_r$ , keď túto teplotu dosiahne, derivácia teploty podľa času záporná

$$\frac{dT}{dt} = \frac{L\alpha^2}{2snR_m} - \frac{6}{s} \frac{T_r}{t_r} < 0.$$

To bude dosiahnuté pre málo svietivú hviezdu vyvrhujúcu veľké množstvo hmoty do malej oblasti priestoru, ak teplota oblaku dosiahne teplotu reliktného žiarenia dosť skoro, teda hmota bude vyvrhovaná dostatočnou rýchlosťou.

Náš model má však niekoľko chýb. Vyvrhnutý materiál modeluje ako ideálny plyn, no v skutočnosti ide o najprv elektricky nabitý materiál, z ktorého časti sa stane neutrálny plyn (či už atomický, alebo neskôr molekulárny) a zo zvyšku kondenzujú prachové častice. Náš model považuje obláčik za dokonale tepelne vodivý, čo pravdepodobne neplatí, keďže sa oblak prudko rozpína. Rozpínajúci sa oblak prijíma energiu žiarenia. Tu je však podstatné, či je opticky hustý (nepriehľadný) ako na počiatku expanzie a energiu prijíma svojím povrchom (teda jeho okraj je značne prehriaty oproti stredu), alebo priehľadný ako riedky plyn na konci expanzie a energiu prijímajú častice v celom objeme. Rovnako náš model rozpínania oblaku nie je ideálny. Oblak nebude homogénny - bude mať hustý stred a okraje, ktoré sa rozplývajú do priestoru. Celkovo

sme neuvažovali ďalšie interakcie: gravitáciu materskej hviezdy, jej magnetické pole a lokálne pole galaxie, ktoré môžu či už na začiatku usmerňovať nabité častice alebo zrnká prachu pozdĺž siločiar, Podobne sme zanedbali interakcie s hviezdny a medzihviezdny vetrom a žiarením okolitých hviezd.

Celkovo teda môžeme konštatovať, že na ochladenie pod teplotu reliktného žiarenia je nutné, aby bol materiál vyvrhnutý vo veľkom množstve vysokou rýchlosťou a centrálna hviezda mala nízku svietivosť. Kvantifikovať podmienky presne je veľmi náročný, ak nie nemožný problém. Na ich splnenie však pravdepodobne nestačí jedna hviezda. Málo svietivá hviezda totiž nedokáže vyvrhnúť materiál dostatočne prudko. Preto sa zdá, že jedinou možnosťou je interakcia červeného obra s inou hviezdou, ktorá materiál obálky červeného obra vymrští do priestoru.

### *Poznámky k došlým řešením*

Riešenie úlohy by sa dalo rozdeliť na dve časti - rešerš (prehľadné spracovanie informácií, ktoré sú na danú tému dostupné) a vytvorenie modelu s komentárom. Mnohým chýbala či už jedna, alebo druhá časť. Už základný prieskum a jednoduchý adiabatický model bol hodnotený nadpolovičným množstvom bodov, ak bol dostatočne komentovaný a citovaný. Tým sa dostávame k ďalšiemu problému. Ak sa v riešení objavujú nejaké netriviálne informácie, je potrebné citovať ich zdroj (uviesť názov a autora publikácie, či adresu webovej stránky a dátum, kedy z nej bolo čerpané). V riešeniach sa objavoval aj jeden nesprávny prístup, a to priama premena vnútornej energie plynu na jeho makroskopickú kinetickú energiu. Znamenalo by to, že oblak plynu naberá rýchlosť úmerne odmocnине jeho teploty a takýto systém by sa stal perpetuum mobile druhého druhu.

***Josef Lipták***  
liptak.j@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.