

Úloha II.1 ... Zuběnka

3 body; průměr 1,96; řešilo 50 studentů

Jak velké skladovací prostory by musela mít Víla Zubnička, aby mohla skladovat všechny mléčné zuby všech dětí? Resp. jakým tempem by její nároky na uskladnění rostly? Za jakou dobu by teoreticky měla ve svých skladech většinu zásob fosforu na Zemi?

Karel se myšlenkách vrací na Zeměplochu.

Úloha je pekne rozdelená na tri časti, je teda vhodné riešiť ich v zadanom poradí. Najprv sa teda pozrieme na to, ako veľké skladovacie priestory by musela mať Zubnička¹. Rôzne zdroje uvádzajú rôzne čísla o tom, koľko ľudí žilo doposiaľ na Zemi, väčšina sa ale zhodne na číslu blízkom 100 miliárdam. Orientovali sme sa wikipédiou² ktorá tvrdí, že na svete žilo od roku 50 000 p.n.l. 106 miliárd ľudí. Ďalšou vecou, na ktorú nesmieme zabúdať, je to, že až 8 % detí zomrie do veku 5 rokov. V minulosti to bolo určite oveľa viac, som presvedčený, že napríklad počas obdobia morovej epidémie v Európe bolo toto číslo väčšie ako 50 %. Preto tento fakt výrazne ovplyvní to, ako veľké budú sklady v súčasnosti. Ďalej rátaťme, že každý z týchto ľudí mal 20 mliečnych zubov a Víla Zubnička ich všetky uložila (ide o horný odhad – víla radšej nebude riskovať, že nebude mať dost priestoru). Ďalej rátaťme, že pri vhodnom naskladaní zaberie jeden mliečny zub objem približne $0,25 \text{ cm}^3$ – v literatúre sme žiadnu relevantnú informáciu o objeme zubov nenašli, odmerali sme teda priemerný objem niekoľkých mliečnych zubov (nesmieme zabúdať, že mliečne zuby sú o niečo menšie ako trvalé a zároveň nemajú korene). V takom prípade budeme potrebovať úložné priestory o veľkosti $530\,000 \text{ m}^3$. Ale ako sme povedali v predošlej časti, ich objem by bol pravdepodobne niekde medzi $530\,000 \text{ m}^3$ a $265\,000 \text{ m}^3$. Ak uvažujeme jednoposchodové sklady, mohli by sme zuby skladovať do výšky napríklad 5 m; v takom prípade by sa sklady rozprestierali na ploche 5 až 10 hektárov.

Teraz sa pozrieme na to, akým tempom by rástli skladovacie nároky. Podľa OSN bol v roku 2016 nárast populácie 1,1 % (1,8 % sa narodí a 0,7 % zomrie). Aj keď nie je jasné, ako bude trend pokračovať, všetko nasvedčuje tomu, že za najbližších 100 rokov sa počet obyvateľov zeme ustáli na nejakej hodnote, rôzne zdroje to odhadujú na 6 až 12 miliárd obyvateľov. Nech je ako chce, znamená to, že za tých 100 rokov sa ročne bude rodiť a umierať približne rovnaký počet ľudí, čo pre zubničku znamená, že bude každým rokom stabilne inkasovať konštantný počet zubov. Budeme rátať, že sa populácia ustáli na súčasných 7,4 miliárdach. Zároveň budeme rátať, že úmrtnosť detí klesne vďaka medicíne takmer na nulu. Môžeme ale predpokladať, že úmrtnosť bude rovnaká v budúcnosti ako súčasných 0,7 % z tohto počtu ročne, s tým rozdielom, že sa bude aj rodiť rovnaký počet ľudí t.j. natalita bude tiež 0,7 %. Ročne teda pribudne na zemi asi 52 miliónov ľudí, čo sa pri dobudovávaní skladu s rovnakou výškou efektívne premieta do nutnosti zväčšiť jeho plochu o 50 m^2 za rok. Avšak takéto tempo zvyšovania kapacít bude dostatočné až v roku povedzme 2115, dovtedy bude pôrodnosť najprv rásť a potom sa zasa zmenšovať. Ak by sa dlhodobo udržala pôrodnosť na takej úrovni ako teraz, t.j. ročne sa narodí 1,8 % ľudí z toho, čo aktuálne žije, muselo by byť prvých niekoľko rokov od súčasnosti zvyšovanie priestoru skladov 2,5krát rýchlejšie, t.j. bolo by treba pridávať 130 m^2 skladovacích priestorov za rok navyše.

Tretou otázkou je, kedy by Víla Zubnička vlastnila viac ako polovicu všetkých zásob fosforu na Zemi. Z wikipédie³ vieme, že na Zemi je 1 210 ppm fosforu. To znamená, že viac ako tisícina hmotnosti Zeme je fosfor. My sa uspokojíme s odhadom 1/1000 – hmotnosť Zeme

¹preklad pre Čechov: Zuběnka

²https://cs.wikipedia.org/wiki/Sv%C4%9Btov%C3%A1_populace; z tohto zdroja sme čerpali aj ďalšie čísla spomínané v riešení

³https://en.wikipedia.org/wiki/Abundance_of_the_chemical_elements

je $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, je na nej teda zhruba $6 \cdot 10^{21}$ kg fosforu. Z dalších zdrojov⁴ vidíme, že fosfor tvorí asi 19% hmotnosti zubu. Vážením vlastných mliečnych zubov sme stanovili, že priemerná hmotnosť zubu nie je väčšia ako 0,3g. (Aj to je veľmi nadstrelený odhad.) Z daných údajov vieme spočítať, že súčasné zubníčkine zásoby pokrývajú len zlomok svetových zásob fosforu, asi jednu $5 \cdot 10^{13}$ tinu. Ako sme si už povedali, najreálnejší model vývinu populácie je, že sa do 100 rokov ustáli na konečnej hodnote, v rozmedzí 6 a 12 miliárd. V predošlej časti sme rátali s prírastkom populácie z dlhodobého hľadiska (to, čo sa bude diať za tých 100 rokov dovedy nás nezaujíma, lebo je to kvôli dlhej časovej škále zanedbateľné) 52 miliónov ľudí ročne, čo činí asi miliardu zubov ročne. Ak by týmto tempom navždy pokračoval nárast počtu mliečnych zubov, tak by zubníčka dosiahla väčšinový podiel za približne $1 \cdot 10^{17}$ rokov. Čo len tak pre zaujímavosť znamená, že ak by jej sklady zaberali plochu celej Zeme vrátane morí a oceánov (ľudia by sa museli uskromniť a žiť na streche skladov) tak by mali pri rovnakej hustote ukladania zubov (4 na mililiter) budovy skladov výšku 50 km.

Jakub Jambrich
jakubj@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁴<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1263223/?page=2>