

Úloha VI.4 ... fire in the hole

4 body; průměr 2,93; řešilo 27 studentů

Pro ohřev plasmatu ve fúzních zařízeních se používají svazky neutrálních částic. V takovém zařízení se nejprve urychlí ionty deuteria na vysokou energii a následně se přenosem náboje neutralizují, přičemž si zachovávají téměř původní rychlost. Na tokamaku COMPASS mají částice na výstupu ze svazku energii 40 keV a proud ve svazku těsně před neutralizací je 12 A. Jaká síla působí na generátor svazku? Jaký je jeho výkon?

Aleš koukal na vypálenou díru ve ventilu.

Při přenosu náboje téměř nedochází ke změně kinetické energie deuteria ve svazku, takže můžeme říct, že rychlost jednotlivých neutrálních částic bude stejná jako rychlost iontů těsně před vstupem do neutralizátoru. Protože ionty svým pohybem vytvářejí elektrický proud, můžeme úlohu vyřešit tím, že se na něj blíže zaměříme. V první části úlohy využijeme jeho definici

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (1)$$

tj. že velikost elektrického proudu je určena časovou změnou náboje, a druhého Newtonova zákona

$$F = \frac{dp}{dt}, \quad (2)$$

přičemž q je elektrický náboj, p hybnost částice a t čas. Hybnost částice je definována jako součin její hmotnosti a rychlosti $p = mv$. Pro použití 2. NZ musíme zjistit, který člen se v čase mění. Protože ze zadání víme, že rychlost částic se nijak nemění, může to být jen hmotnost. A také to hmotnost je, protože počet částic vypuzených z injektoru časem roste. Vyjádření 2. NZ, které použijeme, je toto:

$$F = v \frac{dm}{dt}, \quad (3)$$

Změnu hmotnosti v čase si vyjádříme z elektrického proudu, protože víme, že každé částici o hmotnosti m_0 přísluší náboj q_0 ($dq = \frac{q_0}{m_0} dm$). Rovnici (1) můžeme přepsat jako

$$I = \frac{q_0}{m_0} \frac{dm}{dt}, \quad (4)$$

což říká, že $\frac{dm}{dt} = I \frac{m_0}{q_0}$. Rychlost částice zjistíme z definice kinetické energie, $v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}$. Po dosazení do (3) dostáváme:

$$F = \frac{I}{q_0} \sqrt{2Em_0}, \quad (5)$$

takže pokud dosadíme hodnoty ze zadání, dostaneme výsledek $F = 0,49$ N. K tomu jsme potřebovali vědět, že deuteron (jádro těžkého vodíku) má hmotnost $m_0 = 3,34 \cdot 10^{-27}$ kg a náboj $q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Vzhledem k tomu, že samotné zařízení váží několik tun, je to poměrně zanedbatelná hodnota.

Spočítat výkon svazku je jednodušší, pokud si představíme urychlující část jako obvod, v němž je napětí $U = 40$ kV a prochází jím proud $I = 12$ A. Pak výkon spočítáme jako $P = UI = 480$ kW. Je nutno říct, že ve skutečnosti je výkon svazku po neutralizaci o něco menší (asi 320 kW), protože je přece jenom nějaká část energie iontům odebrána při výměně náboje.

Komentáře k došlým řešením

V mnohých řešeních se objevil výpočet výkonu pomocí vztahu v řešení výše, následně se síla působící na generátor pomocí vztahu $P = Fv$. Tento postup je potřeba řádně promyslet, neboť skutečně můžeme uvažovat ze zákona akce-reakce tento vztah, nicméně vztah platí okamžitě, tj. $P(t) = Fv(t)$. Průměrný výkon je střední časová hodnota výkonu z reakční síly, která působí od času $t_0 = 0$ do času t_f

$$P = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} P(t') dt' = \frac{1}{t_f} F \int_0^{t_f} at' dt' = \frac{1}{2} Fv,$$

kde $v = v(t_f)$ je konečná rychlost částic. Bodování zde bylo rozdílné případ od případu podle dobrého či špatného okomentování, proč vůbec vztah $P = Fv$ použít.

Další z chyb, které se často opakovaly, byla nedůslednost v zapisování jednotek. Rovnice musí mít na pravé i levé straně stejný fyzikální rozměr, jedná se i o kontrolu, že počítáme správně.

Aleš Podolník
ales@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.