

Úloha VI.2 ... go west

2 body; průměr 1,68; řešilo 50 studentů

Již před více než sto lety měření geodetů potvrdila, že když plujeme lodí směrem na západ, ukazují gravimetry větší hodnoty tíhového zrychlení než při cestě na východ. Určete, jaký rozdíl naměříme na rovníku, jestliže nejprve provedeme měření v klidu a poté za konstantní rychlosti 20 uzlů v západním směru. *Mirek se divil, proč lidé neemigrují raději na východ.*

Tým geodetů ze zadání, vedený O. Heckerem z Geodetického institutu v Postupimi, měl za úkol proměřit gravitační pole Země v Atlantickém a Tichém oceánu. Měření probíhalo na lodích, které se během experimentu pohybovaly, čímž byla do experimentu zanesena systematická chyba, které si při čtení Heckerových výsledků povšiml maďarský fyzik Loránd Eötvös. Za příčinu chyby považoval rotaci Země, což se při dalších měřeních potvrdilo. Proto se dnes pokles či nárůst tíhového zrychlení v závislosti na východozápadním pohybu označuje jako Eötvösův jev¹.

Naměřený rozdíl v hodnotách tíhového zrychlení určíme čistě z rozdílu odstředivých zrychlení působících na loď v klidu a v pohybu, neboť hodnota gravitačního zrychlení je v dané malé oblasti v čase téměř konstantní. Vše vyšetřujeme v inerciální soustavě spojené se středem Země. Označme R_Z poloměr Země, ω_Z úhlovou rychlost rotace Země a ω_1 úhlovou rychlost lodi vzhledem k povrchu Země. Potom rozdíl odstředivých zrychlení pro oba pohybové stavy loď vyjádříme jako

$$\Delta a = (\omega_Z - \omega_1)^2 R - \omega_Z^2 R.$$

Znaménka přitom volíme tak, aby záporná hodnota znamenala pokles odstředivého zrychlení, a tedy nárůst tíhového zrychlení. Závorku umocníme a odečteme člen $\omega_Z^2 R$, dostaneme vztah

$$\Delta a = -2\omega_Z\omega_1 R + \omega_1^2 R.$$

Za rychlost lodi v latitudinálním směru dosadíme $v_1 = \omega_1 R$ a upravíme vztah do výsledného tvaru

$$\Delta a = -2\omega_Z v_1 + \frac{v_1^2}{R}. \quad (1)$$

V prvním členu poznáváme složku Coriolisova zrychlení kolmou k povrchu (při pohybu po rovníku je to jeho jediná složka), druhý člen představuje odstředivé zrychlení pohybu po kružnici s poloměrem R . Z řádového odhadu je zřejmé, že druhý člen bude pro běžné rychlosti, kterých lodě běžně dosahují, zanedbatelný. Vztah lze snadno zobecnit pro pohyb v libovolném směru na libovolné zeměpisné šířce, stačí do druhého členu zahrnout pohyb v longitudinálním směru v_2 a první člen přenásobit $\cos \varphi$, kde φ je zeměpisná šířka. Získáme tak vztah

$$\Delta a = -2\omega_Z v_1 \cos \varphi + \frac{v_1^2 + v_2^2}{R},$$

který se pro $\varphi = 0^\circ$, $v_2 = 0$ zřejmě redukuje na vztah (1).

Nyní už zbývá pouze správně dosadit. Rychlost lodi je zadána v uzlech, což je mezinárodní jednotka rychlosti definovaná jako jedna námořní míle za hodinu, v soustavě SI $1 \text{ kt} = 1,852 \text{ km/1 h} \doteq 0,514 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Dále potřebujeme znát poloměr Země $R_Z = 6370 \text{ km}$ a úhlovou rychlost rotace Země $\omega_Z = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (vypočteno z délky jednoho siderického dne $T_s = 23,93 \text{ h}$). Rovnice (1) dává výslednou hodnotu

$$\Delta a = -1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

¹http://www.elgi.hu/museum/elatud_.htm

Tíhové zrychlení tedy bude při pohybu na západ o $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ větší, než když loď setrvává v klidu.

Miroslav Hanzelka
mirek@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.