

Úloha II.P ... Temelínská

4 body; průměr 2,78; řešilo 49 studentů

Odhadněte, kolik jaderného paliva se spotřebuje v jaderné elektrárně na 1 MWh elektrické energie, kterou spotřebují lidé až v domácnosti. Srovnajte to se spotřebou paliva v tepelné elektrárně. Nezapomeňte uvažovat všechny možné ztráty.

Bonus Uvažte i energii, která se spotřebuje při těžbě a přepravě potřebných surovin.

Karel přemýšlel nad ČEZem.

Úlohu si rozdělíme na tři části: výrobu energie, rozvod energie a bonus – příprava a přenos paliva. Úlohu budeme řešit pro Českou republiku a zanedbáme propojení sítě se sousedními zeměmi.

Nejdřív zjistíme, kolik jaderného paliva je potřeba na dodání jednoho MWh do elektrické sítě. Jaderná elektrárna Dukovany ročně vyrábí zhruba 14,4 TWh, v každém ze 4 jejích bloků se nachází zhruba 42 t paliva a ročně se jedna pětina vyměňuje.¹ Spotřeba paliva s_j je tedy

$$s_j = \frac{\text{roční spotřeba paliva v kg}}{\text{roční výroba v MWh}} \doteq 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{MWh}^{-1}.$$

Můžeme předpokládat, že tato hodnota bude obdobná i pro JET, takže tato hodnota bude platit pro veškerou jadernou energii v ČR. Je ale nutno mít na paměti, že se jedná o energii dodanou do sítě, ne do domácností (což je předmětem úlohy).

Pro odhad spotřeby paliva na 1 MWh v tepelných (uhelných) elektrárnách vyjdeme z údajů pro rok 2010, kdy se v uhelných elektrárnách společnosti ČEZ spotřebovalo $2,7 \cdot 10^{10}$ kg hnědého i černého uhlí² a vyrobilo zhruba 29 TWh elektrické energie.³ Potom je spotřeba na megawatt

$$s_u \doteq 1100 \text{ kg} \cdot \text{MWh}^{-1}.$$

Rozvodnou síť si rozdělíme na dvě části: síť přenosovou a síť distribuční. Přenosová soustava přenáší elektrickou energii na velké vzdálenosti do rozvodu. Funguje zpravidla na napětích řádově stovky kV a v ČR ji provozuje zejména společnost ČEPS, a. s. Distribuční síť zajišťuje distribuci elektriny koncovým uživatelům. V ČR pracuje na hladinách 110 kV, 20 kV a 0,4 kV, provozují ji zejména společnosti ČEZ, E.ON a PREdistribuce (Pražská energetická).

Než se pustíme do odhadování ztrát přenosové soustavy, ujasněme si několik faktů. Elektrony jako částice nemají vlastní identitu a tím méně ji můžou mít jejich gradienty generující napětí. Protože je přenosová síť spojitá, nelze říci, energie z které elektrárny dorazila kam, nebo kolik energie z dané elektrárny se přeměnilo na Jouleovo teplo. Odhady ztrátovosti jaderné či uhelné elektriny jsou tedy pouze přibližné.⁴ Vytvořme si tedy zjednodušující model přenosové soustavy. Proudů v této soustavě se řídí pravidlem nejmenšího odporu, tzn. rozdělí se tak, aby měřitelný odpor (pro AC impedance) byl co nejmenší.⁵ Dále předpokládejme dokonale symetrickou a dostatečně hustou přenosovou síť a homogenní rozdělení spotřeby energie. Vyjdeme-li z tohoto, dostali bychom rozdělení spotřebitelů energie z dané elektrárny, kde by vzdálenější spotřebitelé spotřebovali méně. V našem modelu toto rozdělení nahradíme kruhem, kde energii dodává výhradně daná elektrárna, kde celková spotřeba se rovná výkonu elektrárny.

¹http://cs.wikipedia.org/wiki/Jaderná_elektrárna_Dukovany

²<http://www.cez.cz/edee/content/micrositesutf/odpovednost2011/cs/environment/vyroba-tezba-a-vystavba.html>

³http://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam_tepelných_elektráren_v_Česku

⁴Spíše je tím myšleno, jak by se změnila ztráty přenosové sítě v poměru k výkonu elektrárny, kdyby tato elektrárna byla ze sítě vyjmuta a v určitém okruhu okolo elektrárny by došlo ke snížení odběru odpovídajícímu výkonu elektrárny.

⁵Jedná se pouze o jinou interpretaci Ohmova zákona pro paralelní zapojení.

Na stránkách ČEPSu⁶ lze nalézt množství zajímavých údajů a informací včetně aktuálních dat týkajících se dodávání, rozvodu a regulace energie. K odhadnutí ztrátovosti *jaderné*, resp. *uhelné* energie v síti je více, prezentovat tu budu pouze jeden. Mj. se z těchto stránek dá zjistit, kolik energie bylo celkově přeneseno a kolik ztraceno.⁷ Tato data odpovídají procentuální ztrátovosti přenosové sítě $p = 0,0131 = 1,31\%$, což je reálná hodnota. Tím ale nemáme vyhráno, protože hustota produkce energie není homogenní a mezi jadernými a uhelnými elektrárnami jsou v tomto směru velké rozdíly. Konkrétně je tím myšleno, že jaderných elektráren je méně, za to jsou výkonnější (ve smyslu 1 JE vs. 1 UE). Aplikujme tento poznatek na náš model přenosové sítě. Procentuální ztrátovost vedení je přímo úměrná délce vedení. Z toho ale vyplývá, že ztrátovost naší přenosové soustavy pro danou elektrárnu je přímo úměrná váženě-průměrné vzdálenosti jejího odběratele. Platí tedy

$$p_i \sim \frac{\int_0^{r_i} 2\pi r^2 dr}{\pi r_i^2} = \frac{2}{3} r_i,$$

kde p_i je procentuální ztrátovost přenosové sítě pro elektrárnu i . Zároveň ale platí

$$\pi r_i^2 \sim P_i,$$

kde P_i je výkon elektrárny i . Důsledkem tohoto

$$p_i \sim r_i \sim \sqrt{P_i}.$$

Procentuální ztrátovost určité skupiny N elektráren p_N potom bude

$$p_N = \frac{P_{\text{ztráty}}}{P_{\text{clk}}} = \frac{\sum_i p_i P_i}{\sum_i P_i} \sim \frac{\sum_i P_i^{\frac{3}{2}}}{\sum_i P_i}.$$

Dále vyjdeme z tabulky⁸. Tabulka představuje 80% instalovaného výkonu tepelných elektráren v ČR. Značná část zbývajících tepelných i netepelných elektráren nemusí přenosovou soustavu vůbec využívat. Dále velkou část výkonu netepelných elektráren tvoří přečerpávací vodní elektrárny, které jsou v našem modelu zanedbány. Proto v dostatečném přiblížení můžeme tuto tabulku považovat za kompletní seznam dodavatelů do přenosové sítě. Tato data nyní vložíme do tabulkového editoru a numericky spočítáme poměry procentuálních ztrátovostí a celkových produkcí jaderných a tepelných-nejaderných elektráren:⁹

$$\frac{p_u}{p_j} \doteq 0,45, \quad \frac{P_u}{P_j} \doteq 1,63.$$

Z definice potom určitě platí:

$$p = \frac{\text{celkové ztráty}}{\text{celkový výkon}} = \frac{p_u P_u + p_j P_j}{P_u + P_j} = p_j \frac{1 + \frac{p_u}{p_j} \frac{P_u}{P_j}}{1 + \frac{P_u}{P_j}},$$

⁶<http://www.ceps.cz>

⁷<http://www.ceps.cz/CZE/Media/Stranky/Zajimava-cisla.aspx>

⁸http://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam_tepelných_elektráren_v_Česku

⁹K tomuto se nejvíce hodí sloupec roční výroba energie. Můžeme vypočítat pouze poměry, protože neznáme konstanty úměrnosti zkoumaných závislostí.

odkud

$$p_j = p \frac{1 + \frac{P_u}{P_j}}{1 + \frac{p_u P_u}{p_j P_j}}, \quad p_u = p_j \frac{p_u}{p_j},$$

z čehož nám po dosazení vyjde $p_j \doteq 0,020 = 2,0\%$, $p_u \doteq 0,009 = 0,9\%$ ¹⁰

Co se týče distribuční sítě, na stránkách příslušných společností lze opět zjistit řadu zajímavých věcí, bohužel ale ne počet uzlů vedení jednotlivých napěťových úrovní. Bez tohoto údaje nejsme schopni provést kvalifikovaný kvantitativní odhad ztrát a přímo údaje o ztrátách v distribučních vedeních pro ČR nebo jednotlivé provozovatele nelze jednoduše dohledat. Naštěstí můžeme předpokládat, že na transformační stanice z přenosové sítě přichází energie z jaderných i z uhelných elektráren společně, tudíž ztrátovost distribuční sítě d_j , resp. d_u pro energii z jaderných, resp. z uhelných elektráren bude stejná.

Podle serveru <http://www.indexmundi.com> činila celková procentuální ztrátovost přenosové i distribuční sítě ČR z v roce 2010 5,2%. Pro ztrátovost d distribuční sítě tedy bude platit:

$$1 - (1 - d)(1 - p) = z \quad \Rightarrow \quad d = 1 - \frac{1 - z}{1 - p} \doteq 0,04 = 4\%.$$

Abychom dostali požadované hodnoty a_i množství paliva na energii spotřebovanou v domácnosti, musíme hodnoty s_i podělit účinnostmi jednotlivých sítí. Konkrétně

$$a_j = \frac{s_j}{(1 - p_j)(1 - d)} \doteq 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{MWh}^{-1},$$

$$a_u = \frac{s_u}{(1 - p_u)(1 - d)} \doteq 1200 \text{ kg} \cdot \text{MWh}^{-1}.$$

Je vidět, že se hodnoty liší o téměř šest řádů, 2 g jaderného paliva odpovídají zhruba tuně uhlí.

Tyto hodnoty udávají, kolik kg paliva musíme spotřebovat, abychom do domácností dodali 1 MWh. Chceme-li ale zjistit skutečné množství paliva, které zvýší přísun energie do domácností o 1 MWh, musíme hodnoty a_i upravit podle množství energie, která bude spotřebována při získávání, přípravě a přepravě paliva. Platí

$$\frac{1}{b_i} = \frac{1}{a_i} - e_i \quad \Rightarrow \quad b_i = \frac{a_i}{1 - a_i e_i},$$

kde b_i jsou množství paliv i , které je třeba použít, aby se přísun energie do domácností zvýšil o 1 MWh; e_i je množství energie, která se spotřebuje získáváním, přípravou a přepravou 1 kg paliva i ¹¹

Nicméně toto není jednoduchý úkol. V případě uhlí by se jednalo o zejména energetickou náročnost těžby a přepravy, pro jaderné palivo se jedná o těžbu, několikanásobný přesun (často krát na vzdálenosti tisíců kilometrů), filtrace a obohacování, nemluvě o energii spotřebované na bezpečnostní opatření a následné uložení použitého paliva. Během všech těchto procesů dojde ke spotřebě široké škály druhů energií od elektrické až po lidské zdroje. Značnou část těchto energií budou tvořit všemožná paliva na bázi ropy. Na výrobu a přepravu těchto paliv bylo kromě ropy zapotřebí opět bohatého spektra dalších typů energií. Většina potřebných dat je

¹⁰Předpokládáme hustou, stromovitou rozvodnou síť. Další vadou v našich výpočtech je fakt, že ve ztrátách přenosové sítě jsou započteny i ztráty při transformacích, ale počet transformací neroste lineárně s délkou vedení. Tento fakt přiblíží obě ztrátovosti blíže průměrné ztrátovosti.

¹¹Jedná se o 1 kg výsledného paliva.

těžko dohledatelná a i poté by to byl téměř nadlidský úkol. Způsobů, jak se s tímto vypořádat, je opět několik, předvedeme tu jeden z nich.

Za zamýšlení rovněž stojí náklady (energie + suroviny) na stavbu elektráren (které se pro různé typy elektráren různí). Zde již záleží na pochopení zadání. Dle našeho názoru je úloha pouze o provozu elektráren, nicméně započítání těchto nákladů rozhodně není chyba.

V lidské společnosti existuje jedna univerzální entita, která slouží k měření různě uložených energií, totiž peníze. Pro srovnání energetické náročnosti jednotlivých paliv použijeme tedy jejich cenu.

Průměrná cena c_e 1 MWh se v českých domácnostech v posledních letech pohybovala okolo hodnoty 4 600 Kč. Cena uhlí či jaderného paliva se liší v závislosti na mnoha parametrech (množství, vzdálenost, dodavatel. . .). Počítejme tedy cenu jaderného paliva přibližně 60 000 Kč·kg⁻¹ a cenu hnědého uhlí zhruba 2 Kč·kg⁻¹. Za náklady na uskladnění vyhořelého jaderného paliva budiž počítáno 50 Kč·MWh⁻¹, které musí jaderné elektrárny odvádět do státěm řízeného tzv. *jaderného účtu*. Částku odváděnou na JÚ za MWh přepočítejme na kilogram pomocí poměru s_j jaderného paliva na energii dodanou do sítě. Cena jednoho kg jaderného paliva c_j je zhruba 81 000 Kč. Platí:

$$\begin{aligned} e_i &= \frac{1}{a_i} - \frac{c_i}{c_e}, \\ b_i &= \frac{c_e}{c_i}, \\ b_j &= \frac{c_e}{c_j} \doteq 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{MWh}^{-1}, \\ b_u &= \frac{c_e}{c_u} \doteq 2\,300 \text{ kg} \cdot \text{MWh}^{-1}. \end{aligned}$$

Je vidět, že na hmotnost paliva na 1 kWh v domácnosti jsou stále jaderné elektrárny asi o pět řádů účinnější.

Na závěr bychom chtěli zdůraznit, že cest, jak se dostat k výsledku, je mnoho a netvrdíme, že tato je optimální. Dále je důležité si povšimnout, že většina ztrát, které jsme vypočítávali, se v důsledku projeví méně, než je nepřesnost kvůli odhadům vstupních veličin. Tyto chyby tedy teoreticky lze zanedbat, ale je potřeba argumentovat proč, což většinou nelze o moc snadněji než kvalifikovaným odhadem-výpočtem.

Komentáře k došlým řešením

S úlohou jste si většinou nějak poradili. Největší problémy dělal odhad ztrát ve vedení (těm, co se je snažili spočítat přes rezistivitu drátů). Problém dělalo rozlišení užitého a ztrátového výkonu. Je-li na vedení napětí U a celé vedení má odpor R , pak by ztrátový výkon $P_z = \frac{U^2}{R}$ pouze kdyby bylo vedení zapojené do zkratu. Pokud odebíráme energii, tak se do obvodu zapojí ještě spotřebič - rezistor, jehož výkon odpovídá užitému výkonu v domácnosti P_d . Problém ale je, že ostatní domácnosti můžou dělat to samé, tím mění proud ve vedení, což nelineárně

(zhruba kvadraticky) zvyšuje ztráty v onom vedení.

Lubomír Grund
grund@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.