

**15. ročník, úloha II. 4 ... rezonanční obvod** (3 body; průměr ?; řešilo 55 studentů)

Na obrázku č. 1 je znázorněno zařízení, jímž lze měřit malé změny délky. Hlavní částí je vzduchový rovinný kondenzátor. Mění-li se délka vzorku, mění se vzdálenost desek kondenzátoru, a tedy i rezonanční frekvence  $LC$ -obvodu, kterou lze snadno měřit.

Uvažme, že před experimentem byla délka vzorku  $l_0 = 10,0\text{cm}$ , vzdálenost desek kondenzátoru  $d_0 = 1,00\text{mm}$  a frekvence  $f_0 = 50,0\text{kHz}$ . Pak byla teplota vzorku zvětšena o  $\Delta t = 110^\circ\text{C}$  a frekvence se snížila o  $\Delta f = 950\text{Hz}$ . Spočtete koeficient teplotní délkové roztažnosti vzorku.

*Při prohledávání starých sbírek úloh zaujalo Honzu Houštku*

Pro rezonanční frekvenci v  $LC$ -obvodu platí Thompsonův vztah

$$2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Kapacita deskového kondenzátorů je

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

kde  $d$  je vzdálenost desek kondenzátorů. Resonanční frekvence je tedy úměrná odmocnině z  $d$  a proto můžeme psát

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{d_1}{d_2},$$

kde  $f_{1,2}$  jsou rezonanční frekvence a  $d_{1,2}$  vzdálenosti desek kondenzátorů před a po zahřátí. Změna vzdálenosti desek je tedy

$$d_1 - d_2 = d_1 \left( 1 - \frac{(f_1 - \Delta f)^2}{f_1^2} \right).$$

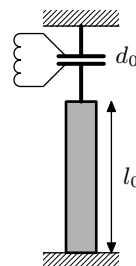
Koeficient délkové roztažnosti je definován jako

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t},$$

kde  $\Delta l$  je změna délky vzorků s počáteční délkou  $l$  při zahřátí o teplotu  $\Delta t$ . Změna délky vzorků je stejná jako změna vzdálenosti desek kondenzátorů, a tedy

$$\alpha = \frac{d_1}{l_0 \Delta t} \left( 1 - \left( f_1 - \frac{\Delta f}{f_1} \right)^2 \right).$$

Po dosazení zadaných hodnot vychází  $\alpha = 3,4 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ .



Obr. 1