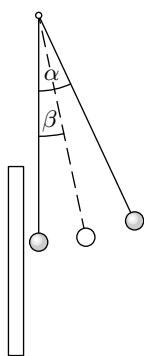
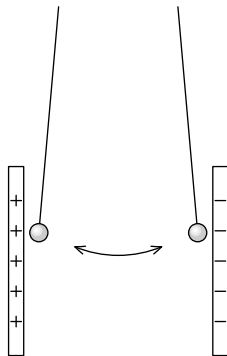


12. ročník, úloha VI. 4 ... míček v kondenzátoru (4 body; průměr ?; řešilo 26 studentů)

Malá kovová kulička o hmotnosti $m = 3,0 \text{ g}$ je zavěšena na tenkém hedvábném vlákne délky $l = 30 \text{ cm}$ tak, aby se dotýkala svislé kovové desky. Kuličku vychýlíme o úhel α a uvolníme. Po odrazu od desky se kulička vychýlí o úhel $\beta < \alpha$ (obr. 1).



Obr. 1



Obr. 2

Při druhém pokusu umístíme do vzdálenosti $d = 5,0 \text{ cm}$ od první desky druhou stejně velkou. Závěs kuličky prodloužíme, aby byl mnohem delší než vzdálenost desek. Připojíme-li desky ke zdroji vysokého napětí $U = 2,00 \cdot 10^4 \text{ V}$ a závěs vychýlíme, kulička se rozkmitá a narazí střídavě na levou a pravou desku (obr. 2). Perioda nárazů se brzy ustálí na hodnotě $T = 0,45 \text{ s}$. Jak se mění při druhém pokusu rychlost kuličky mezi dvěma nárazy na desky? Jaký náboj nese kulička během letu mezi deskami?

Nejprve určíme tzv. koeficient restituce, to je poměr rychlosti odrazu a dopadu $K = v_{\text{odr}}/v_{\text{dop}}$. K tomu využijeme zákona zachování mechanické energie

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl(1 - \cos \alpha).$$

Tuto rovnici napíšeme jak pro v_{dop} , α , tak pro v_{odr} , β , vydělíme je a dostaneme

$$K = \sqrt{\frac{1 - \cos \beta}{1 - \cos \alpha}}.$$

V kondenzátoru bude homogenní elektrické pole, nabitá kulička se mezi deskami bude pohybovat rovnoměrně zrychleně se zrychlením a , počáteční rychlostí v_p a koncovou rychlostí v_k . Průměrná rychlost je dána jako průměr počáteční a koncové rychlosti

$$\frac{v_k + v_p}{2} = \frac{d}{T}.$$

Při odrazu se změní náboj na kuličce na opačný a rychlosti budou opět v poměru

$$\frac{v_p}{v_k} = K.$$

Řešením posledních dvou rovnic dostaneme

$$v_k = \frac{2d}{T(1+K)}, \quad v_p = \frac{2dK}{T(1+K)}, \quad a = \frac{v_k - v_p}{T} = \frac{2d(1-K)}{T^2(1+K)}.$$

Zrychlení kuličky je

$$a = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m} = \frac{QU}{md}.$$

Dosadíme za zrychlení a vyjádříme absolutní hodnotu náboje

$$Q = \frac{2md^2(1-K)}{UT^2(1+K)}.$$

Omylem nebyly zadány úhly α a β . Bylo možné je odečíst z obrázku třeba jako $\alpha = 25^\circ$ $\beta = 12^\circ$. Po dosazení těchto a zadaných hodnot dostaneme $v_p = 0,072$ m/s, $v_k = 0,150$ m/s, $a = 0,172$ m/s² a $q = 1,29 \cdot 10^{-9}$ C.

Václav Porod