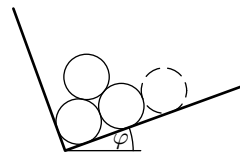


12. ročník, úloha V. 3 ... nákladní auto (4 body; průměr ?; řešilo 51 studentů)

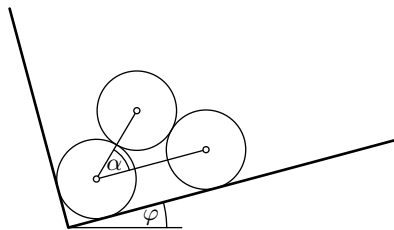
Nákladní auto bylo naloženo stejnými hladkými kládami. Před jejich vykládkou zastavilo tak, že pravými koly stojí o poznání výše než levými (příslušná přední a zadní kola jsou ovšem ve stejné výšce). Řekněme, že rovina nákladního prostoru svírá s horizontální rovinou úhel φ , viz obrázek 1. Po vykládce zbyly na autě tři klády tak, jak je na obrázku nakresleno plnou čarou. Na jakou hodnotu by se musel snížit úhel φ , aby se klády přeuspořádaly tak, že by ležely vedle sebe? Jakékoli tření zanedbejte.



Obr. 1

Úloha se dala v podstatě řešit buďto analýzou a rozkladem sil (čehož využila naprostá většina z vás), nebo z úvah o energii. Využijme zde druhého přístupu.

Nulovou výšku přiřadíme středu klády v rohu. Průměr klády nechť je d , hmotnost m . Potenciální energie prostřední klády je $mgd \sin(\alpha + \varphi)$, potenciální energie klády vpravo $2mgd \cos \alpha \sin \varphi$. Aby se klády přeuspořádaly, musí být celková potenciální energie pro $\alpha \in (0; \pi/3)$ menší než pro $\alpha = \pi/3$. K tomu musí nutně být v $\alpha = \pi/3$ E_p klesající s klesajícím α . Spočtěme tedy derivaci $\partial E_p / \partial \alpha$ a položíme podmínku $\partial E_p / \partial \alpha > 0$.



Obr. 2

$$\frac{\partial E_p}{\partial \alpha} = mgd[\cos(\alpha + \varphi) - 2 \sin \alpha \sin \varphi] > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dots \quad \Leftrightarrow \quad \cotg \varphi > 3 \operatorname{tg} \alpha.$$

Tuto podmínku musíme splnit pro $\alpha = \pi/3$, tím ji ale splníme i pro ostatní α . Úhel sklonu tedy musí klesnout na $10^\circ 54'$.

Rudolf Sýkora