

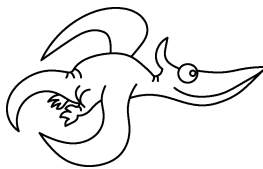
Milí fyzikální přátelé

Právě se vám dostalo do rukou zadání první série XI. ročníku Fyzikálního korespondenčního semináře pořádaného Katedrou teoretické fyziky MFF UK. Doufáme, že vás naše úlohy zaujmou a že si najdete čas na řešení příkladů a vymyšlení fyzikálních problémů. Aby vše probíhalo k všeobecné spokojenosti, připojujeme pár organizačních poznámek:

- S první sérií nám na zvláštním papíře pošlete se svým jménem adresu školy, třídu, kterou navštívíte, adresu místa, na které vám máme zadání posílat a datum narození.
- Řešení každé úlohy pište na **zvláštní list papíru formátu A4**. Na každý list uveďte své jméno, číslo řešené úlohy a číslo listu, má-li jich daná úloha více (u rozsáhlejšího řešení se vyplatí vše sepnout dohromady). Každou úlohu totiž opravuje někdo jiný!
- Úlohy řešte samostatně a svá řešení pište úhledně a čitelně, nečitelná řešení nejenže nemůžeme opravit a ani obodovat, ale navíc nám zaberou spoustu drahocenného času. Čitelné úlohy opravíme a obodujeme. Po každé sérii sestavíme výsledkovou listinu a nejlepší řešitele zveme dvakrát ročně na soustředění.
- **Nemusíte samozřejmě poslat řešení všech úloh. I jenom ta jedna úloha nebo náznak řešení mají smysl. Fyzika je hra a zábava.**
- Kdokoli se může zapojit i v průběhu roku (smíří-li se s bodovou ztrátou za ostatními řešiteli), na požádání mu zašleme předchozí série semináře.
- Rozmyslete si, zda poštovní služby ve vašem regionu jsou dostatečně spolehlivé. Pravidelně se nám stává, že se během roku několik odeslaných řešení nenávratně ztratí. Chcete-li mít jistotu, posílejte svá řešení doporučeně.
- Řešení posílejte **včas**. I objektivní důvody pozdního odeslání budeme tolerovat jen výjimečně. Každá série má své datum odeslání a není tam jen na okrasu.

Mnoho štěstí v letošním ročníku vám za organizátory přeje

*Honza Hradil*



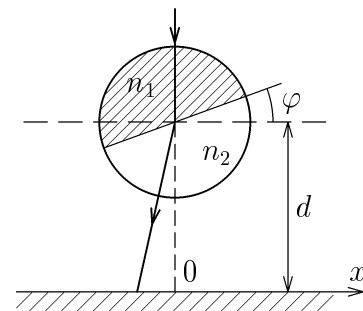
## Zadání I. série



*Termín odeslání: 27. října 1997*

### Úloha I. 1 ... skleněný schizofrenní válec

Mějme válec, který je slepený ze dvou skleněných polovin o indexech lomu  $n_1$  a  $n_2$ . Válec se otáčí rovnoměrně kolem své osy. Na válec svítíme světelným paprskem kolmo na jeho osu rotace (viz obr. 1). Jak se bude pohybovat stopa paprsku po podložce v závislosti na úhlu natočení  $\varphi$  válce, jestliže je vzdálenost podložky od osy rotace  $d = 1$  m?



Obr. 1

### Úloha I. 2 ... zlaté sloupy

Dva identické zlaté sloupy výšky 200 m a průřezu  $1 \text{ dm}^2$  jsou umístěny vedle sebe. Jeden z nich je zavěšený a druhý stojí na podložce, oba mají stejnou teplotu  $0^\circ\text{C}$ . Oběma dodáme teplo  $5 \cdot 10^6$  kJ. Budou mít potom stejnou teplotu? Jestliže ne, odhadněte, o kolik se jejich teplota bude lišit. Potřebné údaje si najděte v tabulkách, tepelnou výměnu s okolím zanedbejte.

### Úloha I. 3 ... slepičí problém

Slepice se po obědě ( $12^{00}$ ) chce dostat do kurníku. Neumí však létat, a jelikož žebřík po stěně kurníku klouže, začne bezradně běhat kolem něj. V kolik hodin se do kurníku dostane, když každou hodinu běhání shodí 40 g a ve 14 hodin hodlá snést vajíčko?

Ve 12<sup>00</sup> váží slepice  $m = 1,7$  kg, vajíčko má hmotnost  $m_v = 30$  g a žebřík  $M = 5$  kg. Výška kurníku nad dvorkem je  $h = 0,85$  m, sklon žebříku  $\alpha = 25^\circ$ , součinitel smykového tření mezi kurníkem a žebříkem i mezi dvorkem a žebříkem je stejný:  $f = 0,7$ .

#### Úloha I. 4 ... grant strýčka Skrblíka

Strýček Skrblík se jednou doslechl o perpetuech mobile a vytušil příležitost, jak ještě více zbohatnout. Vypsal grant na vymyšlení „věčných strojů“, ale jediní, kdo se přihlásili, byli jeho synovci. Přinesli strýčkovi následující tři nápady:

*Nápad č. 1.* Základem prvního perpetua je válec, který je dutý, vodotěsný a je upevněn v ose na valivých ložiscích. Obr. 2 nám objasní funkčnost stroje. Na obě části válce sice působí tíhová síla  $G$ , ale část  $B$  je vůči části  $A$  válce nadlehčována vztlakovou silou  $V$  dle Archimédova zákona. Válec se bude otáčet a jeho rotační energii převedeme na elektrickou energii.

*Nápad č. 2.* Pokud zahřejeme kapalinu, zvětší svůj objem. Zároveň víme, že kapalina je nestlačitelná. Proto budeme kapalinu zahřívat a ochlazovat, změnu jejího objemu převedeme na mechanickou energii a tu na energii elektrickou. Část takto obdržené energie využijeme na zahřívání kapaliny (ochlazení kapaliny zajistí okolní prostředí, odborně „lázeň“). Zbytek energie roztočí stroje ve Skrblíkových továrnách.

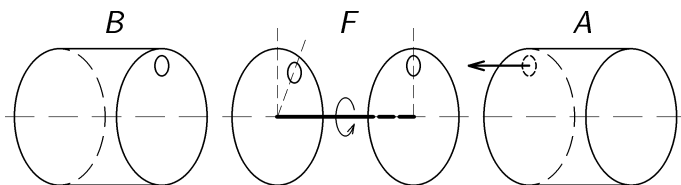
*Nápad č. 3.* Do nádoby s vodou je zasunuta kapilára. Díky kapilárním jevům voda naplní celou kapiláru a z horního zahnutého konce odkapává dolů, jak je to vidět na obr. 3. Dole je umístěna vodní turbína, která je roztáčena padající vodou, a tak může konat práci.

Strýček se nadšeně pustil do výroby těchto strojů, jaké však bylo jeho zklamání, když zjistil, že ani jediný z nich nefunguje. Od té doby už o žádných „perpetuech“ nechce ani slyšet.

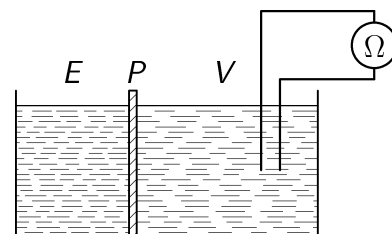
Na vás teď je, draží řešitelé, abyste se pokusili vysvětlit, proč žádný z nápadů synovců strýčka Skrblíka nemůže fungovat jako perpetuum mobile.

#### Úloha I. P ... je narušen druhý termodynamický princip?

Mějme aparaturu, jejíž schéma je na obrázku 4. Molekuly opouštějící nádobu s plynem  $A$  (teplota  $T_A$ , střední kvadratická rychlost molekul  $v_A$ ) tvoří molekulární svazek, jež dále prochází rychlostním filtrem  $F$ . Pouze částice s rychlostí  $v_F$  proletí až do nádoby  $B$ . V prostoru mezi deskami filtru je vakuum, střední volná dráha molekul je větší než rozměr aparatury. Při vhodné volbě rychlosti  $v_F$  ( $v_F > v_A$ ) bude teplota nádoby  $B$  vyšší než nádoby  $A$ . Tudíž teplo z tělesa chladnějšího ( $A$ ) bude přecházet na těleso teplejší ( $B$ ), což je ve sporu s druhým principem termodynamiky. Vaším úkolem je vysvětlit (ne)správnost této úvahy.



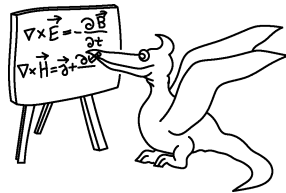
Obr. 4



Obr. 5

#### Úloha I. Exp ... měření difúze ve sklenici vody

Námětem první experimentální úlohy je jev difúze v kapalině. V kádince je přepážkou  $P$  oddělena voda  $V$  od roztoku elektrolytu  $E$  (např. roztok kuchyňské či jiné soli), viz obr. 5. V čase  $t_0 = 0$  přepážku odstraní a ohmmetrem budete sledovat pokles elektrického odporu s časem. Po měření vysvětlíte kvalitativně a kvantitativně pozorované změny.



## Seriál na pokračování

V letošním seriálu na pokračování se budeme věnovat moderní fyzice 20. století, zvláště pak **kvantové teorii**, která se na středních školách buď neučí vůbec, anebo se jen zmíní v několika málo hodinách. Kvantovka je velice rozsáhlá disciplína a k jejímu skutečnému zvládnutí je potřeba znát partie vyšší matematiky. Ani zde nebude dostatek prostoru k výkladu matematického formalismu kvantové teorie, a tak si alespoň objasníme některé její základní pojmy a nejjednodušší výsledky. Abychom se vůbec dostali k zajímavým kvantovým efektům, bude první kapitola poněkud stručnější. Když nebudete něčemu rozumět, nebojte se zeptat vašeho učitele fyziky nebo si ve škole vypůjčete vhodnou literaturu. Právě tím se naučíte mnohem víc, než vám může dát jakýkoli korespondenční seminář. Ten by měl být pro vás spíše motivací k vlastnímu studiu.

### Kapitola 1: Experimentální poznatky a teoretické hypotézy

Ještě než začneme, rád bych pro představu připomněl, kdy a v jakém pořadí nejdůležitější teze kvantové teorie vznikaly. Na přelomu století se podařilo Planckovi na základě kvantové hypotézy objasnit *spektrum záření černého tělesa* (1900) a o pět let později vysvětlil Einstein pomocí představy o fotonech *fotoelektrický jev* (1905). První *kvantový model atomu* vytvořil Niels Bohr (1913). Průlomem v představách o mikrosvětě byla *de Broglieho hypotéza* (1924), následována Heisenbergovou *kvantovou mechanikou* (1925) a Schrödingerovou *vlnovou mechanikou* (1926). Obě tyto konkurenční mechaniky se zdály být správné, a vznikla tak otázka, která z nich je ta pravá. Nakonec se ukázalo, že jsou vlastně ekvivalentní.

**Planckova konstanta:** V Planckově zákoně záření černého tělesa se objevila nová univerzální přírodní konstanta, známá jako Planckova konstanta  $h = 6,62608 \cdot 10^{-34}$  J.s. V dnešní době se však používá hlavně tzv. redukovaná Planckova konstanta  $\hbar = h/2\pi$ , která mnohé vztahy zbaví zbytečného faktoru  $1/2\pi$ . Číselně  $\hbar = 1,054573 \cdot 10^{-34}$  J.s.

**Fotoefekt:** Fotoelektrický jev byl objeven na konci minulého století. Jedná se o děj, při kterém jsou z kovu ozářeného světlem emitovány elektrony. Experimentálně bylo zjištěno, že spektrum energií vyzařovaných elektronů nezávisí na intenzitě, ale na vlnové délce dopadajícího světla. Tento fakt je v rozporu s klasickou fyzikou a vysvětlil jej teprve Einstein zavedením předpokladu, že světlo je vyzařováno a pohlcováno po částech (kvantech), které nazval fotony a přisoudil jim energii  $E = h\nu = \hbar\omega$ , kde  $\nu$  je frekvence a  $\omega$  úhlová frekvence světla. Každý elektron je emitován jedním fotonem, jehož energie se rozdělí na kinetickou energii elektronu ( $mv^2/2$ ) a tzv. výstupní práci z kovu ( $W_v$ ), která je potřebná pro překonání rozdílu potenciální energie elektronu ve vakuu a v kovu:  $h\nu = mv^2/2 + W_v$ .

**De Broglieho hypotéza:** Bylo již delší dobu známo, že elektromagnetické vlny mají vlastnosti částic (fotonů) o energii  $E = h\nu$  a hybnosti  $p = h\nu/c$ . Louise de Broglieho napadlo vyjádření vlnové délky fotonu  $\lambda = h/p$  zobecnit na všechny částice. Prohlásil, že každá částice s hybností  $p$  má vlastnosti vlny s odpovídající vlnovou délkou, například že může interferovat, což bylo později ověřeno i experimentálně (1927).

**Bohrův model atomu vodíku:** Elektrická přitažlivá síla mezi elektronem a protonem  $F_e = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$  má podobné vlastnosti jako gravitační síla, tj. ubývá s druhou mocninou vzdálenosti. Pokud chceme odhadnout chování elektronu (který je mnohem lehčí než proton) v atomu vodíku, nabízí se analogie s pohybem planet ve Sluneční soustavě. Pokud elektrony obíhají po kruhových orbitách, musí se dostředivá síla rovnat síle elektrické,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1)$$

Energie elektronu je součtem kinetické a potenciální energie v poli jádra,  $E = E_{kin} + E_{pot}$ ,  $E = mv^2/2 - e^2/4\pi\epsilon_0 r$ . Dosadíme-li sem ze vztahu (1) za rychlost  $v$ , máme

$$E = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (2)$$

Až sem by klasická fyzika fungovala, pokud však z vazebné energie vodíku  $E = -13,6 \text{ eV}$  vypočteme poloměr dráhy elektronu  $r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  a dostředivé zrychlení, měl by elektron podle klasické elektrodynamiky extrémně silně zářit, rychle ztrácet energii a během  $10^{-16} \text{ s}$  spadnout do jádra. Bohrův model se s tímto problémem vypořádává hypotézou, podle které jsou povolené pouze některé dráhy, přičemž elektron září jedině v okamžiku, kdy přechází z jedné na druhou. Jak se ukázalo po vyslovení de Broglieho hypotézy, jsou to právě orbity, na jejichž obvod se vejde celý počet vlnových délek elektronu:  $n\lambda = 2\pi r$ ,  $n = 1, 2, 3 \dots$

Dostáváme tedy další vztah mezi  $r$  a  $v$ ,  $nh/m_e v = 2\pi r$ . Sloučením této rovnice s rovnicí (1) získáme možné poloměry drah a následně dosazením za  $r$  do (2) i příslušné energie:

$$r = \frac{\pi\epsilon_0 h^2 n^2}{me^2}, \quad E = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}. \quad (3)$$

Pokud elektron přeskočí z vyšší hladiny  $n_1$  na nižší hladinu  $n_2$ , vyzáří foton o energii

$$E_{n_1 n_2} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (4)$$

Pokud naopak foton o této energii pohltí může přeskočit z energetické hladiny  $n_2$  na  $n_1$ .

Bohrův model vysvětlil, proč je spektrum vodíku diskrétní a dobře popsal jeho základní rysy. Má ale také velké nedostatky: špatně předpovídá prostorové rozložení elektronů v atomech vodíku, které jsou ve skutečnosti sféricky symetrické, nedá se aplikovat na složitější atomy a nedokáže vysvětlit jejich chemické vlastnosti. Jedině pro nejnižší hladiny těžších atomů dává při započtení správného efektivního náboje jádra energie, které alespoň trochu souhlasí s experimentem. Přestože je dnes Bohrův model dávno překonán, není na škodu věnovat mu trochu pozornosti, neboť zůstává pojítkem mezi klasickou a kvantovou fyzikou.

### Úloha I. S ... rentgenové záření

a) Určete nejmenší vlnovou délku rentgenového záření rentgenky, v níž jsou elektrony urychlovány napětím 20 kV.

b) Z jakého kovu byl zhotoven terčík, na nějž dopadaly v rentgence elektrony, pokud spektrální čára  $K_\alpha$  ve spektru rentgenového záření měla vlnovou délku  $(155 \pm 3) \cdot 10^{-12} \text{ m}$ ?

*Návod:* Záření rentgenky je dvojího druhu.

Pokud elektrickým polem urychlený elektron při dopadu na terčík vyzáří část své kinetické energie v podobě fotonu, vzniká tzv. brzdné záření, jehož spektrum je spojité.

Pokud dopadající elektron vyrazí z atomu terčíku elektron z jedné z nejnižších elektronových hladin ( $n_2$ ), přeskakuje za malý okamžik na jeho místo nějaký elektron z vyšší hladiny ( $n_1$ ), přičemž vyzáří foton o energii odpovídající tomuto přechodu.  $K_\alpha$  je název spektrální čáry, která vznikne při přeskočení z druhé hladiny ( $n_1 = 2$ ) na první ( $n_2 = 1$ ). V tomto případě však cítí přeskakující elektron efektivní náboj jádra  $(Z - 1)e$ , protože je jádro vůči němu stíněno jedním elektronem, který na nejnižší energetické hladině zbyl.

Literatura ARTHUR BEISER: Úvod do moderní fyziky, *Academia, Praha 1978*.

**Naše adresa: FYKOS, KTF MFF UK**

**V Holešovičkách 2, 180 00 Praha**

**e-mail: fykos@mff.cuni.cz**